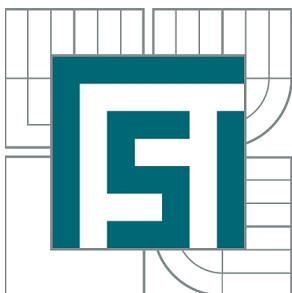


VYSOKÉ UČENÍ TECHNICKÉ V BRNĚ

BRNO UNIVERSITY OF TECHNOLOGY



FAKULTA STROJNÍHO INŽENÝRSTVÍ
ÚSTAV MECHANIKY TĚLES, MECHATRONIKY A
BIOMECHANIKY

FACULTY OF MECHANICAL ENGINEERING
INSTITUTE OF SOLID MECHANICS, MECHATRONICS AND
BIOMECHANICS

APLIKACE MATEMATICKÝCH SOFTWAREŮ PŘI NUMERICKÉM ŘEŠENÍ ÚLOH MECHANIKY

APPLICATION OF MATHEMATICAL SOFTWARES FOR NUMERICAL SOLUTION OF EXAMPLES
FROM
MECHANICS

BAKALÁŘSKÁ PRÁCE

BACHELOR'S THESIS

AUTOR PRÁCE

AUTHOR

LUKÁŠ BLAHÚT

VEDOUCÍ PRÁCE

SUPERVISOR

doc. RNDr. KAREL PELLANT, CSc.

BRNO 2010

Vysoké učení technické v Brně, Fakulta strojního inženýrství

Ústav mechaniky těles, mechatroniky a biomechaniky

Akademický rok: 2009/2010

ZADÁNÍ BAKALÁŘSKÉ PRÁCE

student(ka): Lukáš Blahút

který/která studuje v **bakalářském studijním programu**

obor: **Mechatronika (3906R001)**

Ředitel ústavu Vám v souladu se zákonem č.111/1998 o vysokých školách a se Studijním a zkušebním řádem VUT v Brně určuje následující téma bakalářské práce:

Aplikace matematických softwarů při numerickém řešení úloh mechaniky

v anglickém jazyce:

Application of mathematical softwares for numerical solution of examples from mechanics

Stručná charakteristika problematiky úkolu:

Při výuce kinematiky a dynamiky u řady příkladů není možné nalézt analytické vyjádření výsledku. Při hledání numerického řešení úloh mechaniky popř. pro účely konstrukce robotů jsou proto v současné době v rámci stávajících softwarů vyvíjeny a aplikovány speciální matematické procedury (např. SimMechanics v rámci Matlabu apod.)

Cíle bakalářské práce:

Cílem práce je rozbor stávajících matematických softwarů (Scilab, Maple, Matlab) používaných při numerickém řešení úloh z dynamiky. Detailněji budou diskutovány demoverse příkladů z mechaniky zmiňované v manuálu systému SimMechanics. V tomto systému bude rozebrán pohyb tyče padající po rovné podložce s různou hodnotou součinitele smykového tření

Seznam odborné literatury:

T. Zemánek, Aplikace matematických softwarů při numerickém řešení úloh dynamiky

Vedoucí bakalářské práce: doc. RNDr. Karel Pellant, CSc.

Termín odevzdání bakalářské práce je stanoven časovým plánem akademického roku 2009/2010.

V Brně, dne 9.11.2009

L.S.

prof. Ing. Jindřich Petruška, CSc.
Ředitel ústavu

prof. RNDr. Miroslav Doupovec, CSc.
Děkan fakulty

Abstrakt

Účelom bakalárskej práce je oboznámenie so špeciálnymi matematickými softvérmi pre numerické riešenie úloh z mechaniky. Práca detailnejšie popisuje prostredie Matlab Simmechanics so zameraním na jeho knižnice, popisom a nastavením základných prvkoch a rozborom demo príkladu. Následne je v tomto prostredí je spracovaný pohyb padajúcej tyče po rovnej podložke s rôznym súčiniteľom šmykového trenia.

Kľúčové slová

Matlab, Simulink, Simmechanics, mechanika, dynamika, pohybové rovnice, trenie

Abstract

The purpose of the bachelor's thesis is to familiarize with special mathematical software for the numerical solution of problems of mechanics. The work describes Simmechanics Matlab environment in more details with the emphasis on libraries, description and set of basic features and analysis of demo example. Consequently, movement of falling rod on flat surface with various shear friction factor is processed.

Keywords

Matlab, Simulink, Simmechanics, mechanics, dynamics, equations of motion, friction

Pod'akovanie

Chcem sa pod'akovať všetkým ľuďom, ktorý mi pomohli pri vypracovaní tejto bakalárskej práce. Osobitné pod'akovanie patrí vedúcemu práce doc. RNDr. KAREL PELLANT, CSc., mojim rodičom, priateľke a známym. Bez ich pomoci a rád by som to nikdy nezvládol.

Bibliografická citácia podľa ČSN ISO 690

BLAHÚT, L. Aplikace matematických softwarů při numerickém řešení úloh mechaniky. Brno: Vysoké učení technické v Brně, Fakulta strojního inženýrství, 2010. 47 s. Vedoucí bakalářské práce doc. RNDr. Karel Pellant, CSc.

Čestné prehlásenie

Prehlasujem, že túto bakalársku prácu „Aplikace matematických softwarů při numerickém řešení úloh mechaniky“ som vypracoval sám pod vedením doc. RNDr. Karel Pellant, CSc. a všetky použité zdroje z ktorých som čerpal informácie, som uviedol v zozname literatúry.

V Brne dňa

.....

Lukáš Blahút

Obsah

1. ÚVOD – VŠEOBECNÝ PREHĽAD O MATEMATICKÝCH SOFTVÉROCH PRE VÝPOČTY V MECHANIKE.....	10
1.1. Komerčný softvér	10
1.1.1. Mathematica.....	10
1.1.2. Matlab	10
1.1.3. Maple	10
1.2. Nekomerčný software.....	10
1.2.1. Scilab.....	10
1.2.2. GNU Octave.....	11
1.2.3. Sage.....	11
2. MATLAB	12
2.1. Popis.....	12
2.2. História	12
2.3. Simulink.....	12
2.4. SimScape	13
2.5. Simmechanics.....	13
3. SIMMECHANICS	14
3.1. Úvod	14
3.2. Knižnice	14
3.2.1. Knižnica Bodies :	14
3.2.2. Knižnica Joints	18
3.2.3. Knižnica Constraints a Drivers	21
3.2.4. Knižnica Actuators and Sensors	21
3.2.5. Knižnica Force elements	22
4. UKÁŽKOVÝ PRÍKLAD – FYZIKÁLNE KYVADLO	23
4.1. Typy kyvadiel.....	23
4.1.1. Matematické kyvadlo	23
4.1.2. Fyzikálne kyvadlo	23

4.1.3. Torzné kyvadlo	23
4.2. Analytické riešenie fyzikálneho kyvadla	24
4.3. Programové riešenie fyzikálneho kyvadla.....	26
4.3.1. Vytvorenie modelu.....	26
4.3.2. Analýza dát	27
5. ANALÝZA POHYBU PADAJÚCEJ TYČE.....	29
5.1. Analytické riešenie :	29
5.1.1. Situácia $f = 0$	30
5.1.2. Situácia f v intervale $(0, f_{krit})$	30
5.1.3. Situácia $f > f_{krit}$	31
5.2. Programové riešenie v prostredí Matlab – Simmechanics	33
5.2.1. Riešenie typu väzby	33
5.2.2. Problém so stykom telies	35
5.2.3. Problém s počiatočnou podmienkou	36
5.2.4. Rozbor úlohy v prostredí Simmechanics	36
6. ZÁVER	43
7. ZOZNAM POUŽITÝCH ZDROJOV	44
8. ZOZNAM OBRÁZKOV.....	45
9. ZOZNAM TABULIEK.....	46
10. ZOZNAM POUŽITÝCH SKRATIEK A SYMBOLOV.....	46
11. ZOZNAM PRÍLOH	47

1. ÚVOD – VŠEOBECNÝ PREHĽAD O MATEMATICKÝCH SOFTVÉROCH PRE VÝPOČTY V MECHANIKE

1.1. Komerčný softvér

Komerčný softvér je vyvíjaný hlavne za účelom predaja. Na jeho vývoji sa podieľajú odborníci a jeho úroveň je podmienená konkurenciou na trhu. Voľne prístupne verzie sa dajú získať vo forme trial verzií (časovo obmedzených) prípadne študentských licencií.

1.1.1. Mathematica

Mathematica je počítačový program široko používaný vo vedeckých, technických a matematických kruhoch. Mathematica je rozdelená do dvoch častí – jadra a front endu. Jadro interpretuje výrazy a vracia výsledky. Front end poskytuje GUI v ktorom výsledky vhodne zobrazuje. Jadro a front end komunikujú cez Mathlink protokol, preto je možné použiť jadro na jednom počítači a front end na druhom. [1]

1.1.2. Matlab

MATLAB je programové prostredie a skriptovací programovací jazyk pre vedecko-technické výpočty. Detailnejšie je popísaný v nasledujúcich kapitolách.

1.1.3. Maple

Maple je komerčný program určený pre algebrické výpočty. Je založený na malom jadre napísanom v jazyku C, ktoré vytvára jazyk Maple. Väčšina funkcií je poskytovaná v knižniciach, ktoré pochádzajú z rôznych zdrojov. Mnohé numerické výpočty sú vykonávané pomocou NAG numerickej knižnice, ATLAS alebo GMP knižnice. Väčšina z knižníc je napísaná v jazyku Maple. [2]

1.2. Nekomerčný software

Väčšina nekomerčných programov je založená na licencií GNU GPL (GNU general public licence). Táto licencia dovoľuje voľné šírenie programov mimo komerčialnej sféry. Na vývoji programom sa podieľajú hlavne študenti s ich profesormi a dobrovoľníci.

1.2.1. Scilab

Scilab je číselne orientovaný programovací jazyk. Jazyk poskytuje skriptovacie programovacie prostredie s maticami ako hlavným dátovým typom. Softvér je možné použiť pre spracovanie signálov, štatistickú analýzu, vylepšenia obrazu, simuláciu dynamiky tekutín a numerickej optimalizácie. Vzhľadom na to, že syntax Scilab je podobný s MATLABom, Scilab obsahuje prekladač zdrojového kódu pre konverziu kódu z MATLABu do Scilabu. Scilab je k dispozícii zadarmo pod open source licenciou. [3]

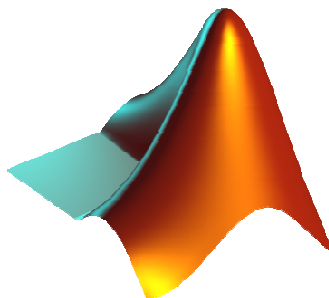
1.2.2. GNU Octave

GNU Octave je program určený predovšetkým pre numerické výpočty. Poskytuje pohodlné rozhranie príkazového riadku pre riešenie lineárnych a nelineárnych problémov numericky, a na vykonávanie iných numerických experimentov používa jazyk, ktorý je čiastočne kompatibilný s Matlabom. Projekt Octave vznikol v roku 1988; spočiatku bol zamýšľaný ako pomôcka k prednáškam o chemických reakciách. [4,5]

1.2.3. Sage

Sage (mudrc) je program, ktorý sa zaoberá mnohými aspektmi matematiky, vrátane algebry, kombinatoriky, numerickej matematiky a diferenciálnym počtom. Prvá verzia bola vydaná dňa 25. februára 2005 ako open source softvér podľa podmienok licencie GNU GPL, s prvotným cieľom vytvoriť open source alternatívu k programom Maple, Mathematica, Magma a Matlab.[6] Základnou filozofiou programu nebolo vytvorenie už známeho ale zjednotenie veľkého množstva open source programov (Singular, Maxima, GAP, Pari,...) napísaných v rôznych jazykoch do jedného programu pod jedno rozhranie v jazyku Python.

2. MATLAB



Obr. 1 : Logo Matlabu

2.1. Popis

MATLAB je skratka pre "**Matrix Laboratory**" (laboratorium s maticami) a je numerické výpočtové prostredie a programovací jazyk štvrtej generácie. Vyvinuté firmou MathWorks, MATLAB umožňuje manipulácie s maticami, vykresľovanie funkcií a dát, implementácia algoritmov, vytváranie užívateľských rozhraní a prepojenie s programami napísanými v iných jazykoch, vrátane C, C++ a Fortran. [7]

2.2. História

MATLAB vytvoril v neskorých rokoch 70' Cleve Moler, ktorý sa neskôr stal predsedom počítačových vied na Univerzite Nové Mexiko. Navrhol ho, aby svojim študentom umožnil prístup k Linpack a EISPACK, bez toho aby sa museli učiť programový jazyk Fortran. Program sa čoskoro rozšíril na iné vysoké školy a našiel si silné publikum v rámci spoločnosti aplikovanej matematiky. [7] V roku 1983 sa k Molerovi a Steve Bangertovi pripojil Jack Little, prepísali Matlab do jazyka C a v roku 1984 založili firmu Mathworks.

MATLAB bol najprv používaný inžiniermi, ale rýchlo sa rozšíril do mnohých ďalších odvetví. V dnešnej dobe sa využíva v oblasti vzdelávania, najmä na výučbu lineárnej algebry a numerickej analýzy a je populárny medzi vedcami zaoberajúcimi sa spracovaním obrazu. [7]

2.3. Simulink

Bol vytvorený firmou MathWorks a je komerčný nástroj pre modelovanie, simuláciu a analýzu multi-oborových dynamických systémov. Jeho primárnym rozhraním je grafický blok diagramov nástroj a prispôsobiteľné sady knižníc. Ponúka tesnú integráciu so zvyškom prostredia MATLAB a môže priamo riadiť MATLAB, alebo byť skriptovaný z neho. Simulink je široko používaný v teórii riadenia a digitálneho spracovania signálu pre multi-oborové simulácie a dizajn. [8]

2.4. SimScape

Simscape rozširuje Simulink o nástroje pre modelovanie a simuláciu fyzikálnych systémov, ktoré sú tvorené mechanickými, hydraulickými, pneumatickými, tepelnými a elektrickými komponentmi. Na rozdiel od iných blokov Simulinku, ktoré predstavujú matematické operácie alebo pracujú so signálmi, Simscape bloky predstavujú fyzické komponenty alebo vzťahy medzi nimi. V Simscape sa realizuje model systému rovnako, ako by sa zostavoval fyzikálny systém. [9]

2.5. Simmechanics

SimMechanics rozširuje Simscape o nástroje pre modelovanie 3D mechanických systémov v prostredí Simulink. Namiesto zostavovania a derivovania rovníc, vytvárame pomocou simmechanicsu model zložený z telies, kĺbov, prevodov a silových prvkov, ktorý odráža štruktúru systému. Automaticky generované 3-D animácie umožňujú vizualizovať dynamiku systému. Systém umožňuje importovať modely s kompletnou hmotnosťou, zotrvačnosťou, obmedzeniami a 3-D geometriu z viacerých CAD systémov. [10]

3. SIMMECHANICS

3.1. Úvod

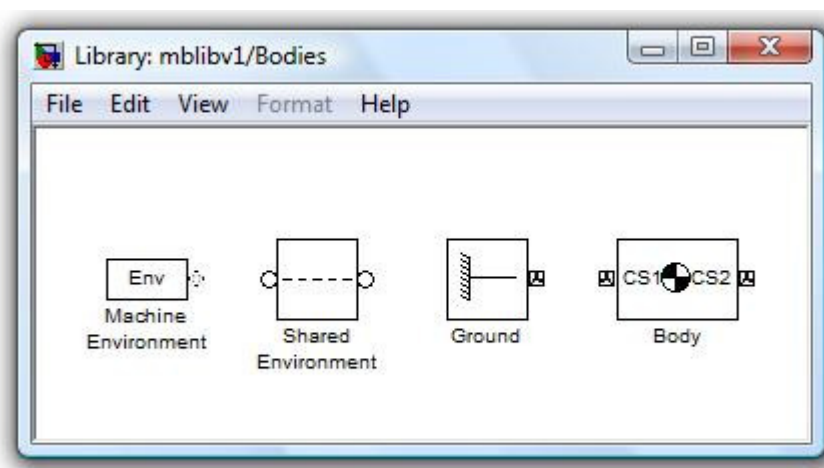
Základom práce v Simmechanicse je zostavovanie modelov z jednotlivých blokov. Tieto bloky sú rozdelené v niekoľkých knižniciach podľa použitia :

- Knižnica Bodies (Prvky tela)
- Knižnica Joints (Knižnica väzieb)
- Knižnica Actuators and Joints (Akčné členy a snímače)
- Knižnice Force elements (Silové prvky)

3.2. Knižnice

Knižnice tvoria základne súbory blokov potrebné pre vytvorenie akéhokoľvek modelu.

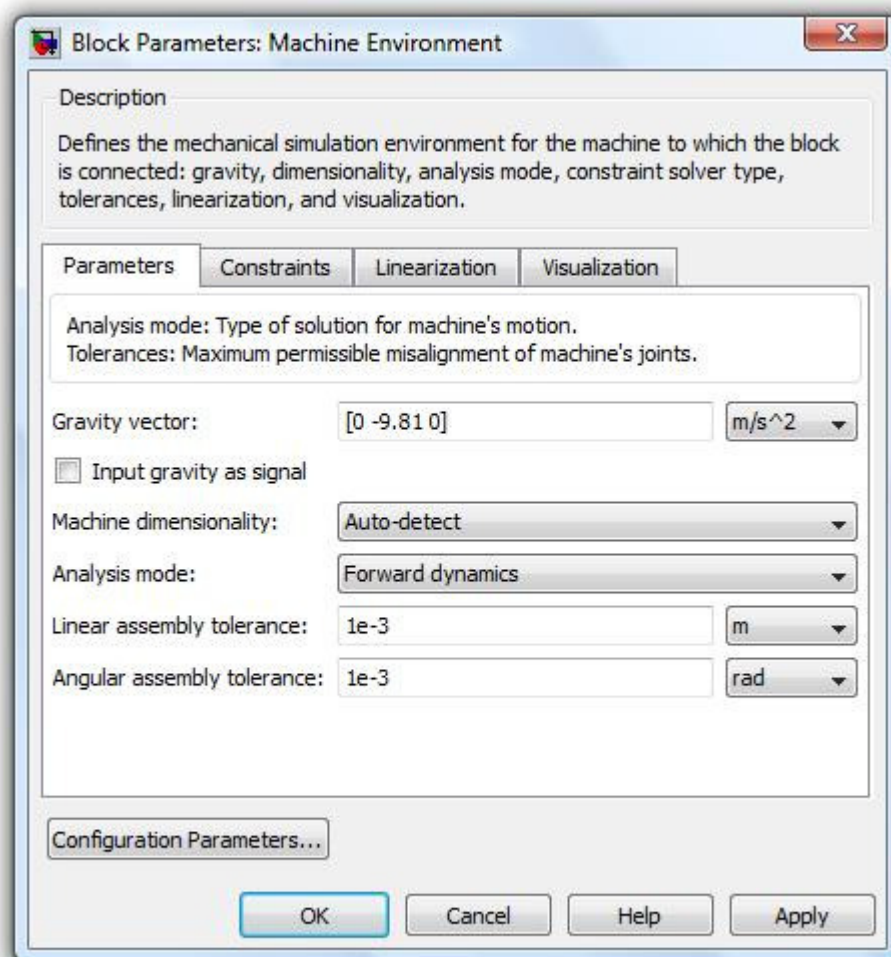
3.2.1. Knižnica Bodies :



Obr. 2 : Knižnica Bodies

3.2.1.1. Machine environment

Blok definuje základné parametre sústavy ako vektor gravitácie, druh analýzy, tolerancie, spôsob linearizácie, ...



Obr. 3 : Nastavenie bloku Machine environment

Medzi základné parametre, ktoré určuje tento blok patrí gravitácia. Zadáva sa pomocou vektora v tvare $[x \ y \ z]$, kde x je vodorovná os orientovaná doprava, y je zvislá os orientovaná smerom nahor a z je os orientovaná von z plochy. V špeciálnych prípadoch je možné vektor gravitácie priviesť ako signál zo simulinku, ktorý musí obsahovať všetky prvky vektora.

Ďalšou možnosťou je nastavenie rozmeru úlohy. Program rozlišuje medzi Auto-detect (rozmer si volí program sám) a 2-D či 3-D. V jednoduchých rovinných úlohách je možné správnym nastavením urýchliť výpočet, ale je potrebné vziať na vedomie, že nie všetky rovinné prvky pracujú správne v 2-D móde.

Medzi dôležité nastavenie v tomto bloku patrí typ analýzy, ktorý určuje spôsob riešenia celej zadanej sústavy.

Typy analýzy :

- Forward Dynamics -- Priama úloha dynamiky – počíta kinematické veličiny na základe zadaných fyzikálnych veličín a počiatočných podmienkach
- Inverse Dynamics -- Nepriama úloha dynamiky – počíta fyzikálne veličiny (sily a momenty) potrebné k dosiahnutiu zadaných kinematických veličín systému s otvorenou kinematickou typológiou modelu
- Kinematics -- Kinematika - počíta fyzikálne veličiny (sily a momenty) potrebné k dosiahnutiu zadaných kinematických veličín systému s uzavretou kinematickou typológiou modelu
- Trimming – Jedna z novších možností, ktorá umožňuje nájsť rovnovážne stavy pre rôzne typy dynamických sústav

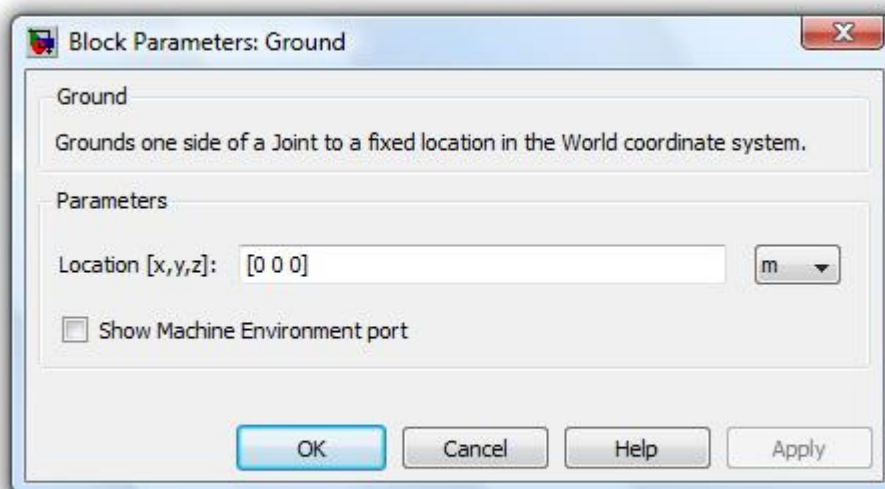
Poslednou možnosťou v nastaveniach parametrov sú tolerance. Určujú maximálnu možnú odchýlku vo výpočte. Presnejšie výpočty zvyšujú celkový čas potrebný pre výpočet.

V ďalších dvoch záložkách sa nachádzajú pokročilé nastavenia, ktoré upravujú typ riešiča a spôsob linearizácie. Nastavením týchto parametrov je možné spresniť výsledky za cenu výpočtového času.

Posledná záložka umožňuje nadradené nastavenie spôsobu zobrazenia jednotlivých telies pri vizualizácii.

3.2.1.2.Ground

Sústava všetkých ground blokov v systéme popisuje nepohyblivý rám v absolútnej súradnicovej sústave.



Obr. 4 : Nastavenie bloku Ground

Poloha bloku sa určuje zadaním vektoru, ktorý posunie nepohyblivý bod do zvolených súradníc.

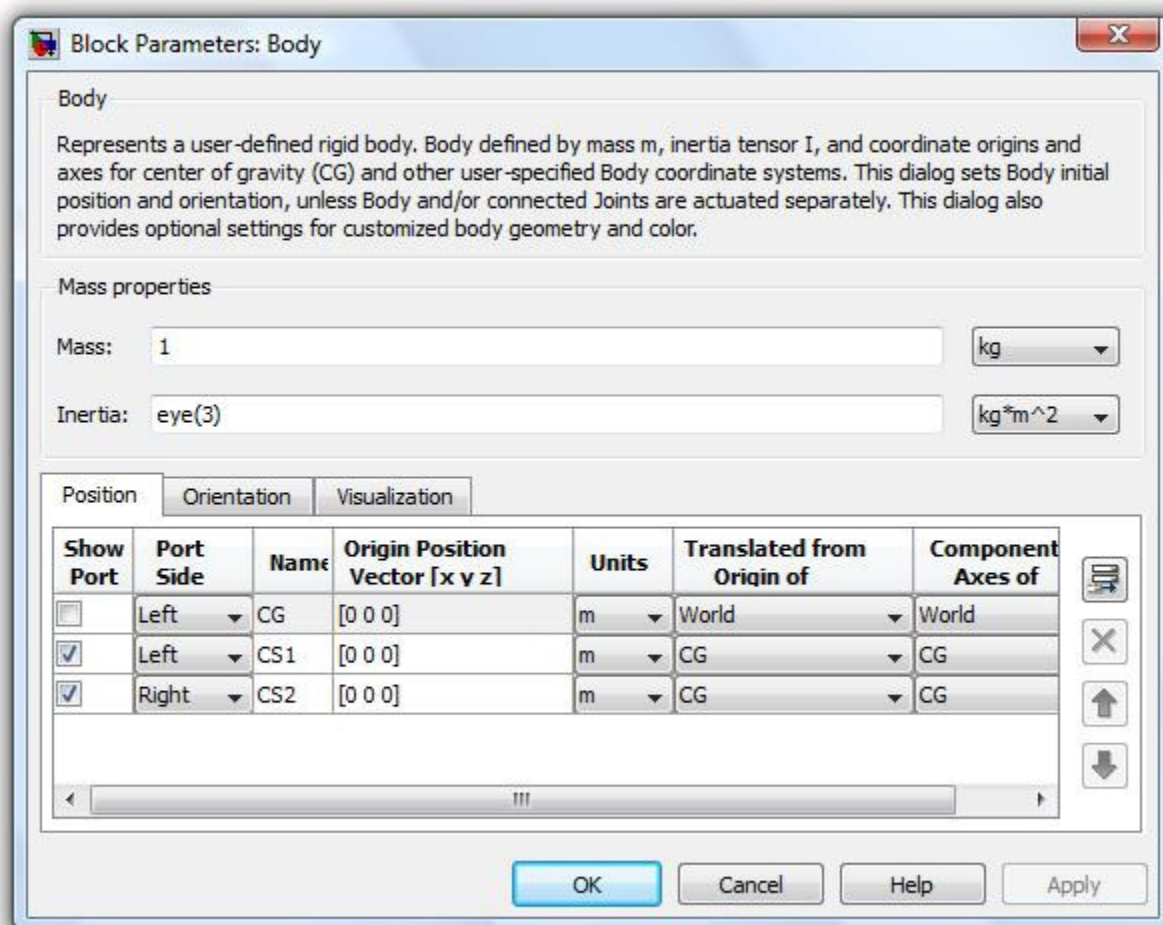
Po zaškrknutí políčka 'Show machine environment port' je možné k bloku pripojiť z ľavej strany blok machine environment. Tento úkon je potrebné v každom modeli vykonať práve raz.

3.2.1.3.Shared environment

Blok prenáša nastavenia bloku machine environment na ďalšie sústavy.

3.2.1.4.Body

Blok Body reprezentuje v sústave jednotlivé telesá.



Obr. 5 : Nastavenie bloku Body

Medzi základné nastavenia bloku patrí hmotnosť (mass) a tenzor zotrvačnosti (inertia). Tenzor zotrvačnosti musí byť v tvare matice 3x3. Nulová matica definuje hmotný bod.

Následne je možné definovať polohu a orientáciu ťažiska (CG) a všetkých významných bodov na telese (CSx). Tieto body je možné ľubovoľne pridávať a uberať.

Poloha sa určuje pomocou vektora posunutia a orientácia je určená pomocou Eulerových uhlov. Polohu a orientáciu je možné definovať vzhľadom k absolútnemu (World) a relatívnemu (AdJoining) súradnicovému systému, prípadne vzhľadom k niektorému inému bodu na telese.

Posledná záložka Visualization definuje spôsob vykreslenia telesa pri vizualizácii a jeho farbu.

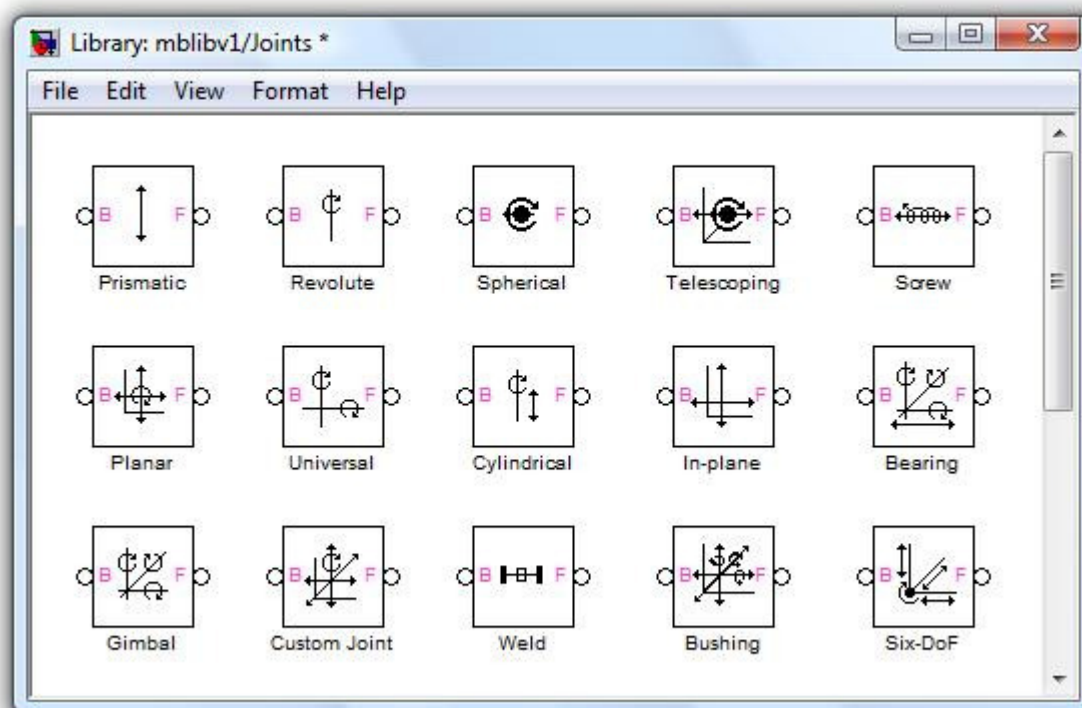
3.2.2. Knižnica Joints

Väzby hrajú dôležitú úlohu v modelovaní fyzikálnych systémov. Pomocou nich je možné definovať relatívny pohyb medzi dvoma telesami. Každá väzba sa skladá z dvoch prvkov – base (základňa) a follower (sledovač). V podstate follower vykonáva pevne určený typ relatívneho pohybu vzhľadom k base. Podľa polohy týchto dvoch častí je možné rozdeliť knižnicu na 3 kategórie :

- assembled joints (zložené väzby)
- disassembled joints (rozložené väzby)
- massless connectors (bezváhové spojky)

Nastavenie jednotlivých prvkov spočíva v definovaní osí rotácie a translácie.

3.2.2.1. Assembled joints



Obr. 6 : Knižnica Joints

Táto skupina sa vyznačuje tým, že oba prvky každej väzby (base a follower) sa nachádzajú v rovnakom bode v čase modelovania i simulácie systému. Tento fakt v niektorých zložitejších modeloch komplikuje zostavenie modelu, keďže výpočet presnej polohy niektorej väzby nemusí byť triviálny a zaberie veľké množstvo času.

Väzby môžeme roztriediť do nasledujúcej tabuľky podľa počtu posuvných a rotačných väzieb.

		Translácia			
		0	1	2	3
Rotácia	0	Weld	Prismatic	In-plane	
	1	Revolute	Cylindrical / Screw	Planar	
	2	Universal			
	3	Gimbal / Spherical	Bearing / Telescoping		Bushing / Six-Dof

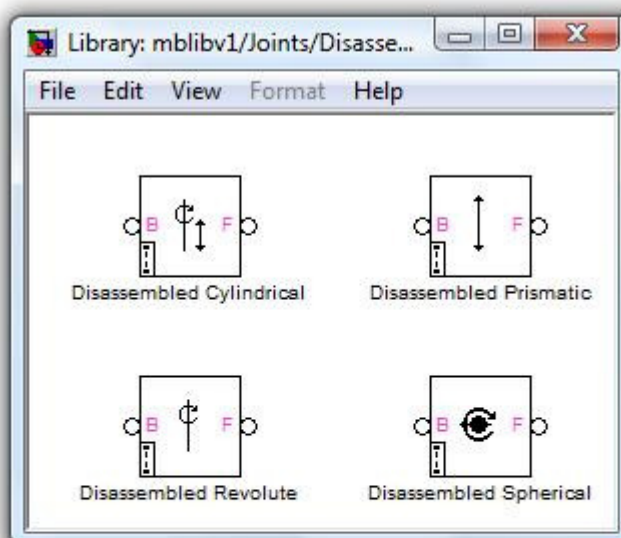
Tab. 1 : Rozdelenie väzieb

Preklad názvov jednotlivých prvkov do slovenského alebo českého jazyka je v mnohých prípadoch nepresný. Samotné prvky najlepšie charakterizuje ich blok, ktorého súčasťou je jednoduchý diagram presne popisujúci funkciu bloku.

Knižnica obsahuje navyše ešte prvok Custom joint (používateľská väzba), ktorá predstavuje modifikovateľnú väzbu s možnosťou nastavenie vlastného počtu translácií a rotácií.

Presný popis jednotlivých prvkov s ukážkami ich reálnych modelov sa nachádzajú v nápovede programu Matlab spolu s ďalšími radami a upozorneniami ako bloky používať.

3.2.2.2. Disassembled joints

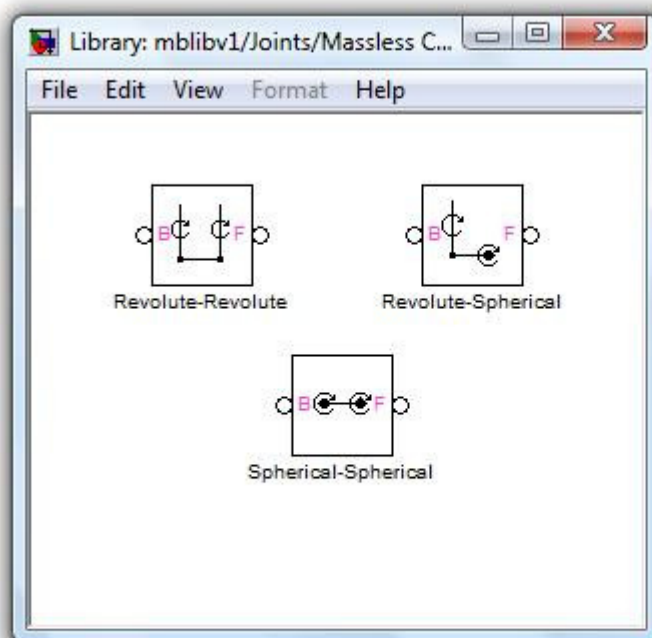


Obr. 7 : Knižnica Disassembled joints

Na rozdiel od predchádzajúcej skupiny, prvky väzby (base a follower) je možné definovať do rôznych bodov. Tie sa po spustení simulácie pred začatím výpočtov zjednotia (pokiaľ to dovoľuje model) a následný výpočet prebieha rovnako ako v prípade zložených väzieb. Výhodou týchto prvkov je jednoduchosť pri zostavovaní zložitejších modelov, kde odpadáva práca s počítaním presných polôh väzieb.

3.2.2.3. Massless connectors

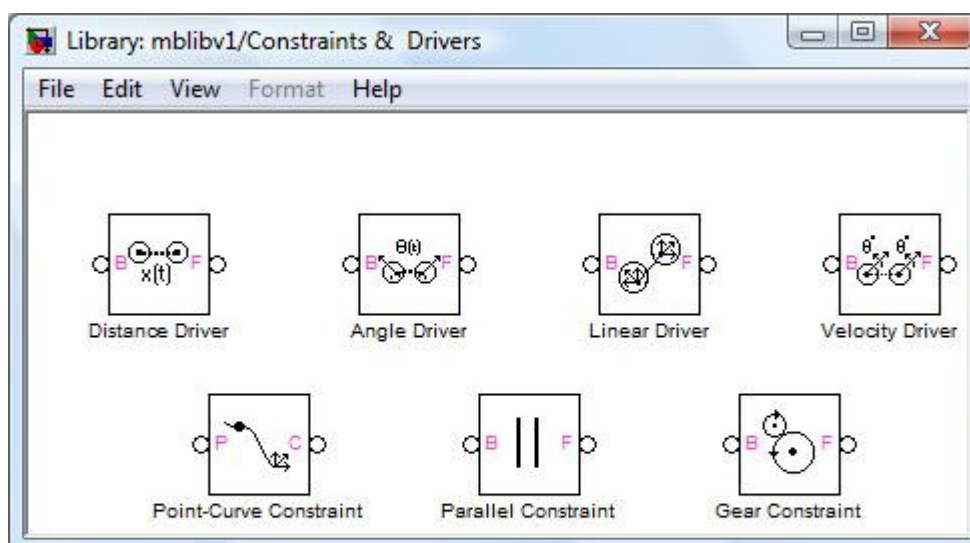
Bezváhové spojky, ako je možné tieto prvky nazvať, slúžia na prenos pohybu medzi dvoma časťami sústavy. Prvky týchto väzieb (base a follower) sa pred i počas simulácie nachádzajú na rôznych miestach. Prenos pohybu je možný len medzi rotačnými, rotačne – sférickými a sférickými prvkami.



Obr. 8 : Knižnica Massless connectors

K prvkom disassembled joints a massless connectors sa nedá pripojiť senzor ani aktuátor, čo je ich najväčšou nevýhodou.

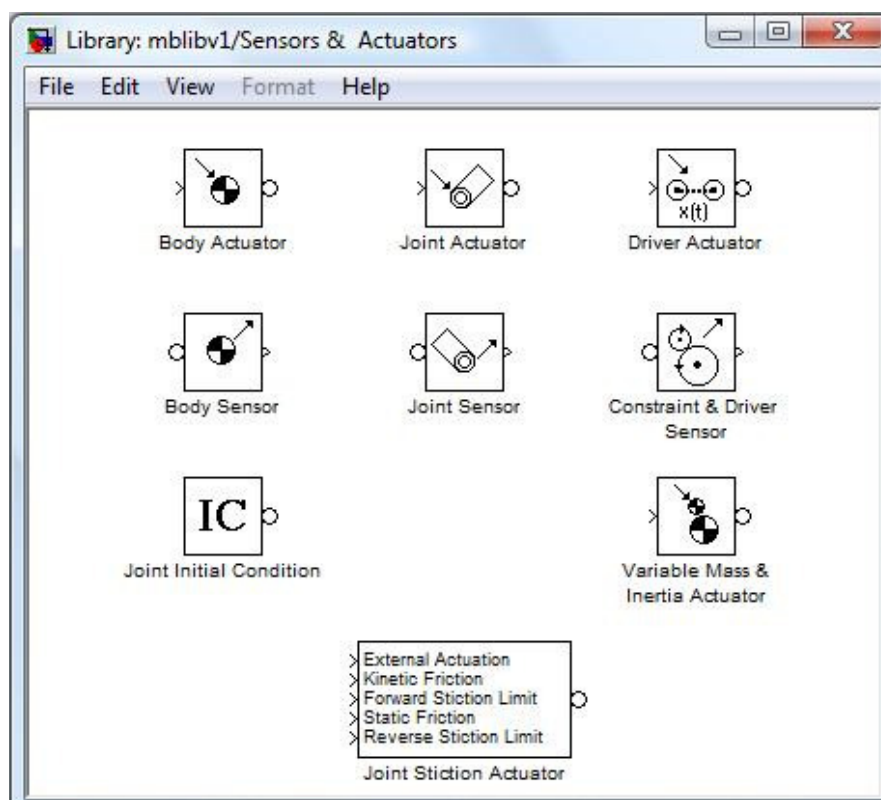
3.2.3. Knižnica Constraints a Drivers



Obr. 9 : Knižnica Constraints and drivers

Tieto prvky definujú závislosti medzi dvoma telesami sústavy (poloha, uhol, rýchlosť) v závislosti na čase, prípadne definujú určitý typ prevodu medzi týmito telesami.

3.2.4. Knižnica Actuators and Sensors



Obr. 10 : Knižnica Actuators and sensors

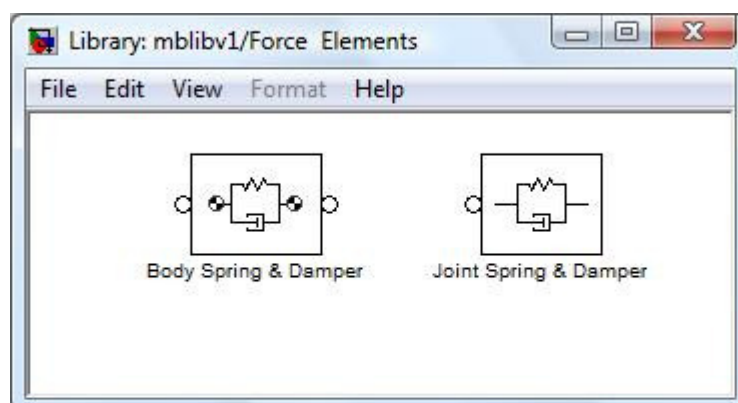
Knižnica obsahuje prvky, ktoré slúžia na interakciu medzi simmechanicsom a ostatnými toolboxami simulinku. Základnými prvkami sú sensors (snímače) a actuators (akčné jednotky), ktoré sú svojím zmyslom A/D a D/A prevodníkmi.

Medzi ďalšie prvky patrí Joint Initial condition (počiatočné podmienky vo väzbe). Týmto prvkom sa nastavujú počiatočné kinematické veličiny vo väzbe.

Medzi novšie prvky patrí Joint stiction actuator (aktuátor trenia vo väzbe). V závislosti na meraných hodnotách a vstupných premenných vyhodnocuje kinetické a statické trenie a upravuje správanie väzby.

Posledným zo skupiny je prvok Variable mass and inertia actuator (premenná hmotnosť a moment zotrvačnosti), ktorý umožňuje v priebehu simulácie meniť hmotnosť a rozmery telies. Typickým príkladom je auto spaľujúce benzín, kde je hmotnosť závislá na čase.

3.2.5. Knižnica Force elements



Obr. 11 :Knižnica Force elements

Prvky tejto knižnice umožňujú vložiť do sústavy pružinu a tlmič medzi dve telesá (Body spring and damper) alebo do väzby (joint spring and damper).

4. UKÁŽKOVÝ PŘÍKLAD – FYZIKÁLNE KYVADLO

Nápoveda programu Matlab sa sústreďuje okrem všeobecných popisov a nastavení jednotlivých blokov aj na základné ukážkové typy úloh, ktoré je Simmechanics schopný riešiť. V nápovede je možné nájsť rozbor úlohy Simple pendulum (Jednoduché kyvadlo)

4.1. Typy kyvadiel

Rozoznávame tri typy kyvadiel. Fyzikálne, matematické a torzné.

4.1.1. Matematické kyvadlo

Matematické kyvadlo je matematickým modelom kyvadla, ktorý skúma iba hmotný bod zavesený na tenkom vlákne zanedbateľnej hmotnosti, zanedbáva odpor vzduchu pri pohybu kyvadla a trenie v závese a gravitačné pole sa považuje za homogénne. [11]

4.1.2. Fyzikálne kyvadlo

Fyzikálne kyvadlo (tiež fyzické kyvadlo) je tuhé teleso otočné bez trenia okolo vodorovnej osi, ktorá neprechádza ťažiskom. Od matematického kyvadla sa odlišuje tým, že teleso nie je považované za bod. [11]

4.1.3. Torzné kyvadlo

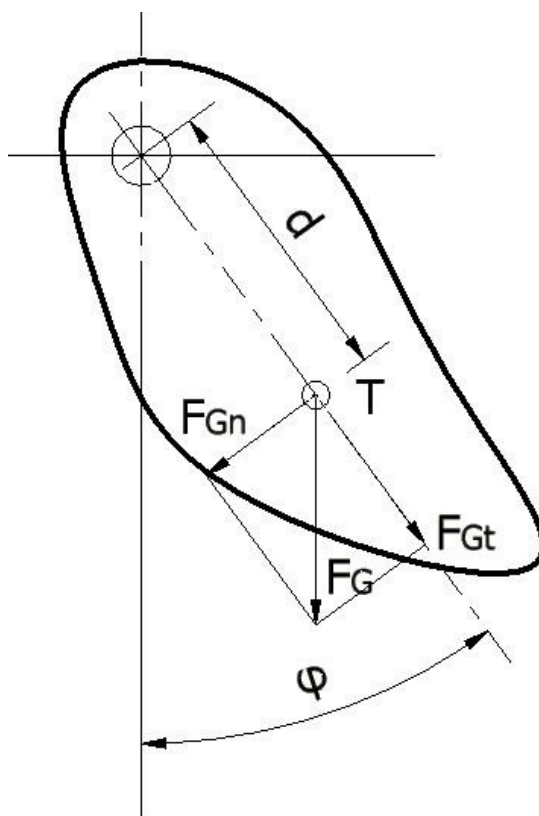
Torzné kyvadlo je tuhé teleso, ktoré vykonáva periodický pohyb okolo pevnej osi, ktorý je spôsobený momentom tangenciálnych síl. Ak tieto sily vznikajú deformáciou závesu, takéto kyvadlo sa nazýva vlastné torzné kyvadlo. Pokiaľ sily vznikajú ako dôsledok gravitačného pôsobenie jedná sa o gravitačné torzné kyvadlo. [12]

V prostredí Simmechanics je možné namodelovať všetky typy kyvadiel s možnosťou rozšírenia o ďalšie možnosti ako trenie vo väzbách, odpor vzduchu alebo nehomogénne gravitačné pole.

Ďalšou výhodou je možnosť modelovania viacnásobných kyvadiel, prípadne špeciálnych typov ako napr. kyvadlo inverzné alebo uchytené vo väzbe umožňujúcej posuv vo vodorovnom smere.

Nápoveda programu detailne rozoberá modelovanie fyzikálneho kyvadla.

4.2. Analytické riešenie fyzikálneho kyvadla



Obr. 12 : Náčrt fyzikálneho kyvadla

Jednoduché fyzikálne kyvadlo môžeme popísať podľa obrázku č.12 súborom parametrov.

Podľa Newtonovskej mechaniky môžeme zostaviť pohybovú rovnicu pre toto kyvadlo.

$$\vec{M} = I * \vec{\alpha} \quad (4.2a)$$

Pohyb je spôsobený vlastnou váhou kyvadla, ktorá vytvára moment

$$\vec{M} = F_{Gn} * d = F_G * \sin \varphi * d = m * g * \sin \varphi * d \quad (4.2b)$$

Uhlové zrýchlenie je možné definovať ako druhú deriváciu vektoru polohy podľa času.

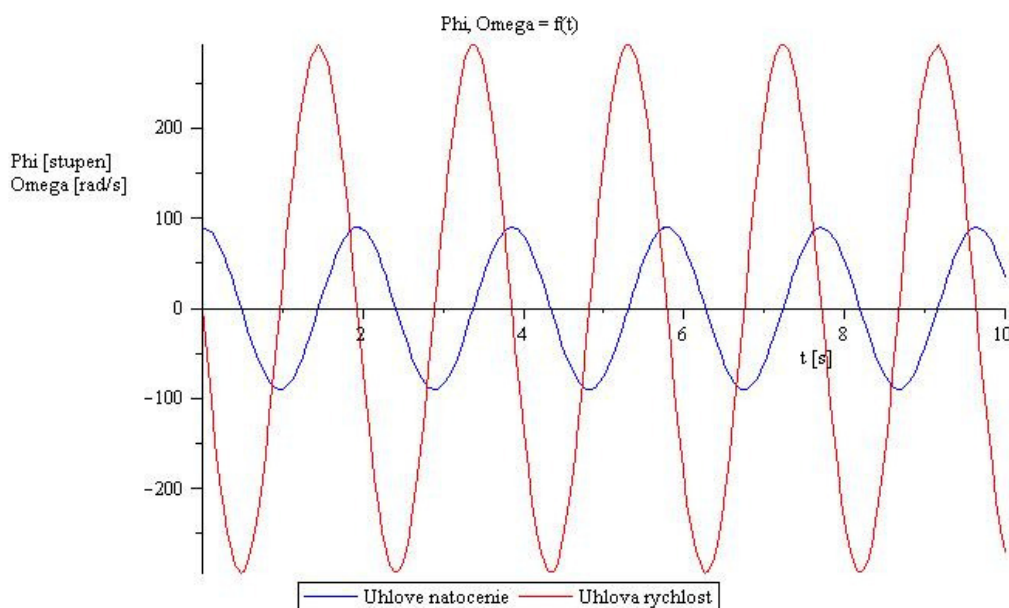
$$\vec{\alpha} = \frac{d^2 \varphi}{dt^2} \quad (4.2c)$$

Porovnaním rovníc je možné zapísať výslednú pohybovú rovnicu ako :

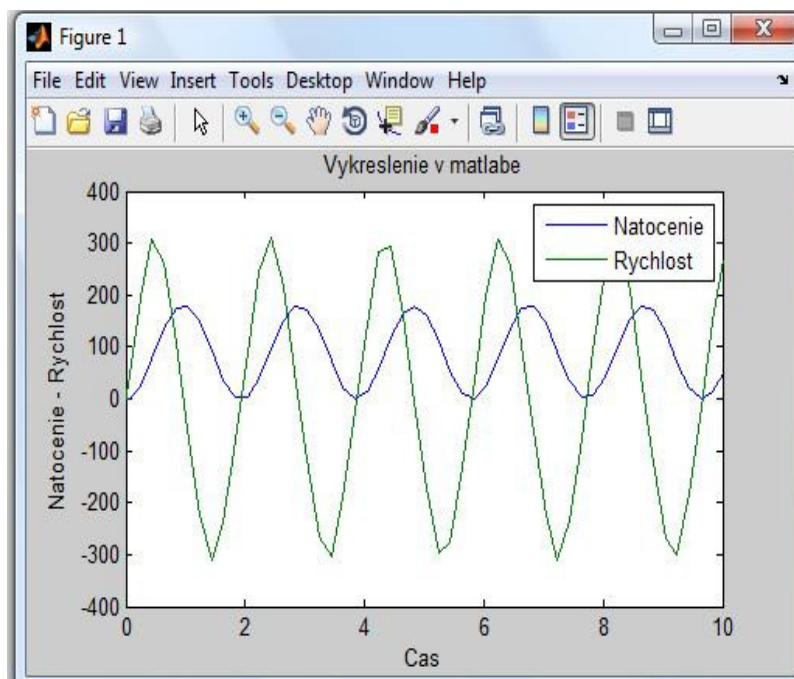
$$I * \frac{d^2 \varphi}{dt^2} + m * g * \sin \varphi * d = 0 \quad (4.2d)$$

Ide o nelineárnu diferenciálnu rovnicu druhého rádu v explicitnom tvare.

Riešenie rovnice (4.2d) je natoľko zložité, že aj sofistikované programy ako Maple nedokážu určiť jej presné riešenie. Preto sa pristupuje v mnohých prípadoch k linearizácii. Medzi najznámejšie metódy patrí náhrada $\sin(\varphi) = \varphi$ pri podmienke malých výchyliek (do 5°). Pre presnejšie výsledky pri väčších výchylkách je potrebné použiť zložitejšie metódy. V tomto prípade je funkcia sínus nahradená nekonečnou mocninovou radou obmedzenou na prvých 16 členov. Táto náhrada zabezpečuje riešiteľnosť rovnice v programe Maple a zároveň dostatočnú presnosť výsledkov.



Obr. 13: Numerické riešenie fyzikálneho kyvadla v programe Maple



Obr. 14 : Numerické riešenie fyzikálneho kyvadla v programe Matlab Simmechanics

Rozdiel smeru rýchlosti a polohy je spôsobený rozdielnym súradnicovým systémom v programe Maple a Matlab. Hodnoty vypočítané v programe Maple nie sú totožné s hodnotami z programu Matlab. Tento fakt je spôsobený rozdielnym prístupom programov k výpočtu. Rozdiel je však rádovo v desatinách percenta a výsledky môžu byť považované za zhodné.

4.3. Programové riešenie fyzikálneho kyvadla

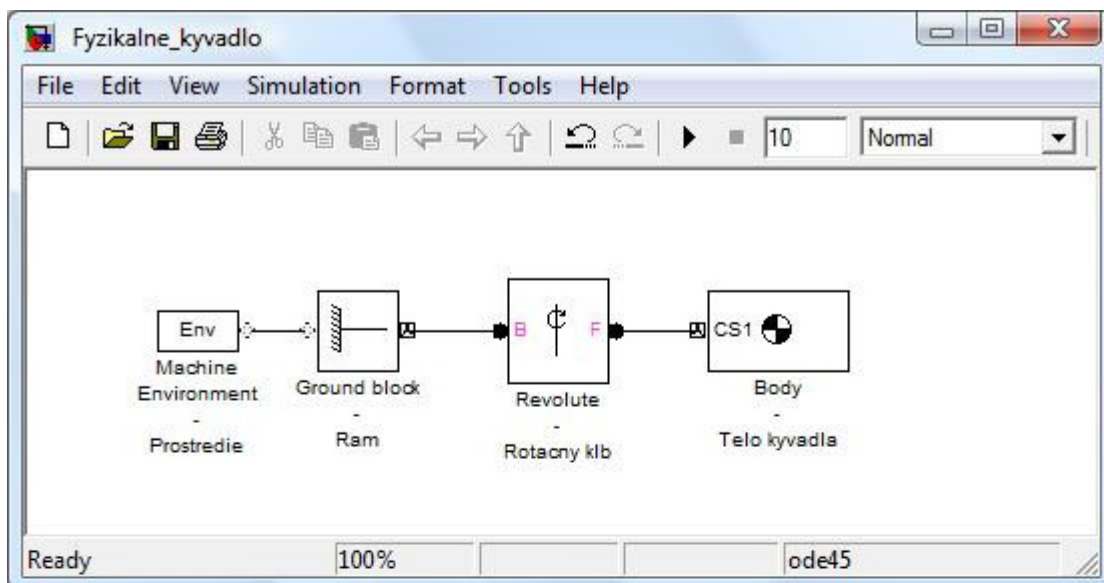
4.3.1. Vytvorenie modelu

Vytvorenie modelu fyzikálneho kyvadla je popísané v nápovede programu Matlab v záložke Simmechanics – Getting started - Modeling, Simulating, and Visualizing Simple Machines.

Vytváranie modelu v prostredí Simmechanics sa veľmi podobá detskej stavebnici. Jednotlivé časti mechanizmu sa nahradia príslušnými blokmi, ktoré reprezentujú ich špecifické vlastnosti a umiestnenie v systéme.

Pre vytvorenie modelu fyzikálneho kyvadla je možné sústavu rozdeliť na 3 základné prvky, ktorými sú rám, rotačný kĺb a telo kyvadla.

Samotné zostavenie modelu potom vyzerá nasledovne :



Obr. 15 : Model fyzikálneho kyvadla v prostredí Simmechanics

Zostavený model obsahuje navyše blok Machine Environment, ktorý definuje prostredie a podmienky simulácie.

Pre úplnú funkčnosť modelu je potrebné definovať niektoré parametre, ktorými sú poloha rámu, os rotácie, hmotnosť kyvadla, moment zotrvačnosti a poloha ťažiska kyvadla. Hodnoty použité v tomto modeli sú totožné s hodnotami použitými v nápovede programu.

Výsledky simulácie v tomto tvare nie je možné overiť. Program po spustení prevedie simuláciu a pokiaľ nenarazí na žiadny problém, simuláciu ukončí. Výsledky simulácie je možné získať dvoma spôsobmi. Jedným z nich je použitie knižnice Sensor & actuators. Druhou možnosťou je vizualizácia simulácie.

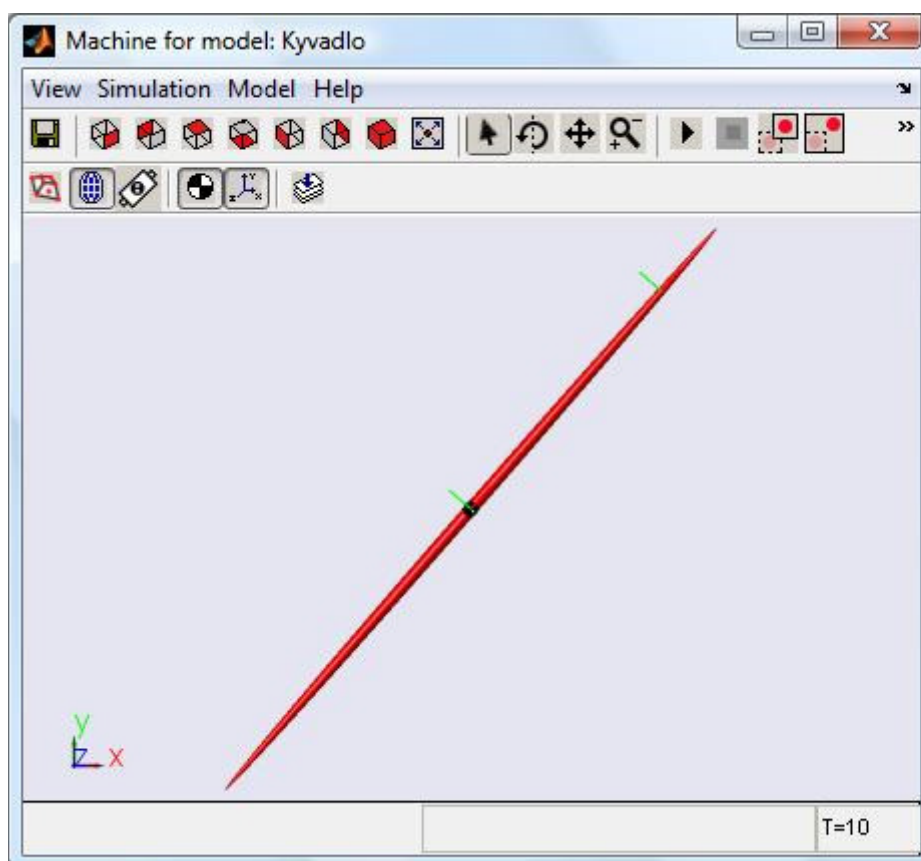
Použitím prvkov z tejto knižnice je možné získavať dáta z väzieb ('joint sensor') a telies sústavy ('body sensor'). Týmito dátami sú kinematické veličiny a v prípade väzieb aj reakčné sily a momenty pôsobiace vo väzbe. Tieto dáta je možné ďalej spracovať a použiť ich k vykresleniu grafických závislostí, porovnaniu s inými dátami alebo k zložitejším úkonom ako je napr. spätnovazobné riadenie alebo iný typ regulácie.

Výsledná grafická závislosť kyvadla riešeného v prostredí Simmechanics sa nachádza na obrázku č. 14 z dôvodu lepšieho porovnania s predchádzajúcim analytickým riešením.

4.3.2.2. Vizualizácia simulácie

Grafické závislosti sú priemetom výstupných dát do rôznych typov grafov. V zložitejších sústavách sa nedá s presnosťou určiť správnosť dát a preto je vhodná grafická vizualizácia. Samotný Simmechanics má integrovanú možnosť vizualizácie. Pre sprístupnenie tejto možnosti je potrebné v paneli Configuration parameters zaškrtnúť na karte Simmechanics v záložke SimScape položku Show animation during simulation. Animácia, ktorú v priebehu simulácie vytvorí program je veľmi jednoduchá. Teleso je reprezentované podľa voľby dôležitými bodmi (ťažisko, body styku s väzbami) alebo prekreslené na elipsoidy s veľkosťou určenou z matice zotrvačnosti a hmotnosti daného telesa.

Ďalšou možnosťou je použitie toolboxu Virtual reality, ktorý pracuje s jazykom VRML (Virtual reality modelling language – jazyk modelovania virtualnej reality). Jeho princíp spočíva v spojení 3D modelu exportovaného z niektorého 3D CAD programu so samotným simulinkom. Spojenie je vytvárané definovaním totožných bodov, uzlov na modele telesa a modele spracovanom v simmechanicse.



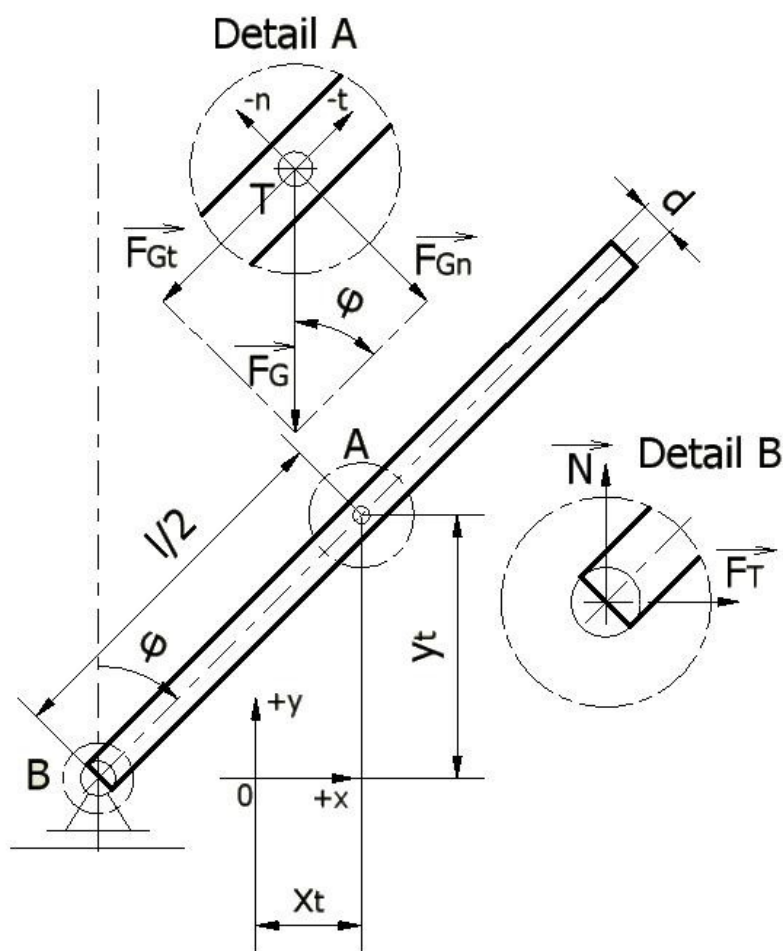
Obr. 17 : Vizualizácia fyzikálneho kyvadla v prostredí Simmechanics

5. ANALÝZA POHYBU PADAJÚCEJ TYČE

Zadanie : Analyzujte pohyb tyče padajúcej po rovnej podložke s rôznou hodnotou súčiniteľa šmykového trenia

5.1. Analytické riešenie :

Všeobecne je výstupom z analytického riešenia súbor pohybových rovníc popisujúcich dynamickú sústavu telies. V tomto prípade ide o obecný rovinný pohyb, ktorý je popísaný jednou rotačnou pohybovou rovnicou a dvoma posuvnými.



Obr. 18 : Náčrt padajúcej tyče

Úlohu je možné rozdeliť na viaceré varianty podľa veľkosti súčiniteľa šmykového trenia :

- $f = 0$
- $f \in (0, f_{krit})$
- $f > f_{krit}$

f_{krit} je kritická hodnota súčiniteľa šmykového trenia pri ktorom trecia sila úplne zablokuje transláciu v smere osi x

5.1.1. Situácia $f = 0$

Pre prípad, keď v systéme nepôsobí žiadne trenie je možné zapísať nasledujúce pohybové rovnice :

$$I * \alpha = -\vec{F}_{Gn} * \frac{l}{2} = -\vec{F}_G * \sin \varphi * \frac{l}{2} = -m * g * \sin \varphi * \frac{l}{2} \quad (5.1a)$$

$$m * a_x = 0 \quad (5.1b)$$

$$m * a_y = -\vec{F}_G + \vec{N} \quad (5.1c)$$

Poloha tyče po dopade :

Kedže v smere osi x nepôsobí žiadna sila, ťažisko sa pohybuje len v smere osi y. Po páde sa teda nachádza na súradnici $[x_t, y_t] = [0, 0]$.

5.1.2. Situácia f v intervale $(0, f_{krit})$

V tomto prípade pôsobí v systéme trecia sila, ktorá však úplne nezabraňuje stykovému bodu medzi tyčou a podložkou v translácii v smere osi x. Pre tento prípad môžeme zapísať nasledujúce pohybové rovnice :

$$I * \alpha = -\vec{F}_{Gn} * \frac{l}{2} = -\vec{F}_G * \sin \varphi * \frac{l}{2} = -m * g * \sin \varphi * \frac{l}{2} \quad (5.1d)$$

$$m * a_x = 0 \quad (5.1e)$$

$$m * a_y = -\vec{F}_G + \vec{N} \quad (5.1f)$$

Veľkosť trecej sily je definovaná podľa Coulomba nasledovne :

$$F_T = N * f \text{ pre } v \neq 0 \quad (5.1g)$$

$$F_T = 0 \text{ pre } v = 0 \quad (5.1h)$$

Pre výpočet je potrebné poznať veľkosť normálovej sily v mieste styku podložky z tyčou.

5.1.2.1. Odvodenie normálovej sily v závislosti na natočení a čase

Pre definíciu $N = f(\varphi)$ je potrebné definovať doplnkovú rovnicu, ktorá zviaže navzájom pohyb rotačný s transláciou. Rovnica má nasledujúci tvar :

$$y_t = \frac{l}{2} * \cos(\varphi(t)) \quad (5.1i)$$

Definuje závislosť posuvu ťažiska v smere osi y na uhlovom natočení tyče.

Pokiaľ ju dva krát zderivujeme, dostávame závislosť :

$$\frac{d^2 y_t}{dt^2} = f(\varphi(t)) \quad (5.1j)$$

$$\ddot{a}_y(t) = -\frac{l}{2} * (\cos(\varphi(t)) * \frac{d}{dt} \varphi(t)^2 - \sin(\varphi(t)) * \frac{d^2}{dt^2} \varphi(t)) \quad (5.1k)$$

Rovnicu je možné dosadiť do rovnice (5.1f) a tak získať priamu závislosť normálovej sily na uhlovom natočení tyče.

$$N = -m * \frac{l}{2} * (\cos(\varphi(t)) * \frac{d}{dt} \varphi(t)^2 - \sin(\varphi(t)) * \frac{d^2}{dt^2} \varphi(t)) \quad (5.1l)$$

Je možné ďalej určiť závislosť $\varphi = f(t)$ ako riešenie rovnice (5.1d) a vyjadriť výslednú závislosť $N = f(t)$. Riešenie tejto rovnice je však komplikované a vo všeobecnom tvare ho nedokážu riešiť ani programy ako Maple.

Poloha tyče po dopade :

Poloha ťažiska sa bude nachádzať medzi stavmi s nulovým a kritickým súčiniteľom šmykového trenia, teda $x_t \in (0, \frac{l}{2})$.

5.1.3. Situácia $f > f_{krit}$

Túto situáciu je možné chápať tak, že trecia sila nedovolí pohyb v smere osi x a stykový bod medzi podložkou a tyčou ostane bez posunutia. Pre tento prípad je možné zjednodušiť výpočtový model na jednoduché teleso umiestnené v rotačnej väzbe. Môžeme zapísať jedinou pohybovú rovnicu :

$$I * \alpha = -\overrightarrow{F_{Gn}} * \frac{l}{2} = -\overrightarrow{F_G} * \sin \varphi * \frac{l}{2} = -m * g * \sin \varphi * \frac{l}{2} \quad (5.1m)$$

Poloha tyče po dopade :

Keďže sa jedná o rotačnú väzbu, stykový bod ostáva bez pohybu a ťažisko po páde dopadne do vzdialenosti $x_t = \frac{l}{2}$ od stykového bodu. V princípe ide o rovnakú úlohu ako popísane fyzikálne kyvadlo v predchádzajúcej kapitole.

5.2. Programové riešenie v prostredí Matlab – Simmechanics

Analytické riešenie poskytuje základ pre ďalšie výpočty. V zložitejších prípadoch sú však výsledkom analytického prístupu zložité, často krát neriešiteľné diferenciálne rovnice. Pre takéto situácie sa pristupuje k numerickým metódam alebo počítačovému softvéru, ktoré dokážu tieto zložité problémy úplne vyriešiť alebo aspoň dostatočne zjednodušiť.

Keďže sa jedná o numerické riešenie je potrebné zadať základné parametre tyče :

- tvar : valec (pri výpočte sa uvažuje s faktom, že na pád nemá vplyv tvar styku tyče s podložkou)
- dĺžka : $l = 0,2\text{m}$
- priemer : $d = 0,04\text{m}$
- hmotnosť : $m = 1,96\text{kg}$ (tyč je vyrobená z ocele)
- tenzor zotrvačnosti :

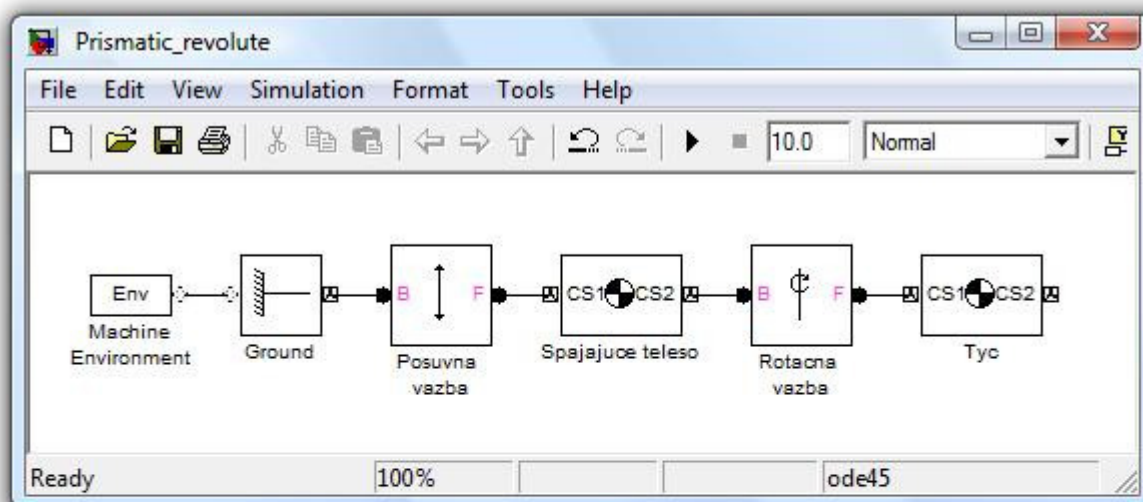
$$I = \begin{pmatrix} \frac{ml^2}{12} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{mr^2}{2} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{ml^2}{12} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 6,53 & 0 & 0 \\ 0 & 0,392 & 0 \\ 0 & 0 & 6,53 \end{pmatrix} \text{g} * \text{m}^2$$

5.2.1. Riešenie typu väzby

Obecný rovinný pohyb umožňuje transláciu v dvoch na seba kolmých osiach a rotáciu v osi kolmej na osi translačné. Takýto typ väzby je možné v prostredí Simmechanics vytvoriť viacerými spôsobmi.

5.2.1.1. Kombinácia väzieb Prismatic a Revolute

Jednou z možností je modelovať transláciu a rotáciu nezávisle na sebe. Základný princíp modelu je zobrazený na obr. (19).

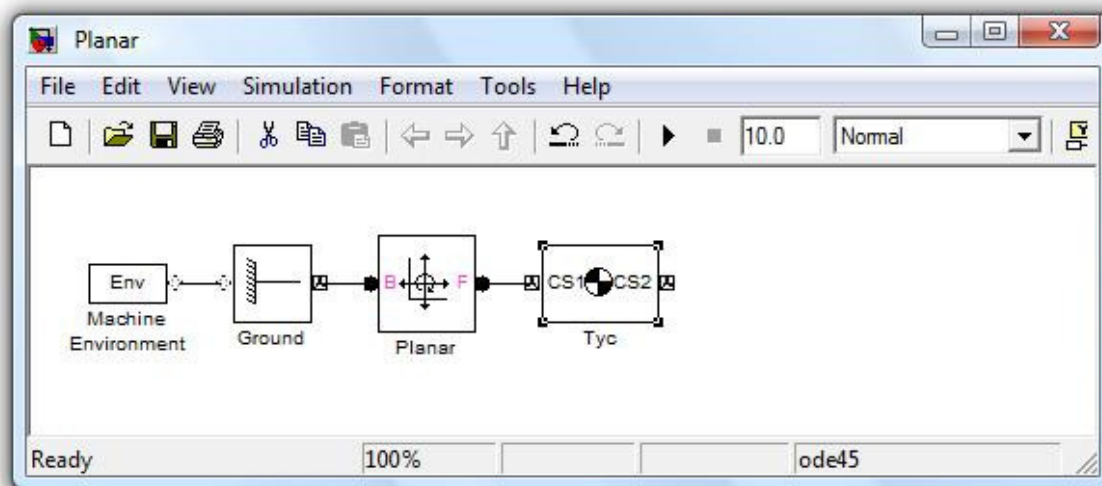


Obr. 19 : Kombinácia väzieb prismatic a revolute

I napriek jednoduchšej definícii ma model viaceré nevýhody. Ako najpodstatnejšiu je možné brať fakt, že neexistuje priama závislosť medzi posuvnou a rotačnou väzbou. Túto treba analyticky určiť a definovať externe pomocou blokov simulinku. V mnohých situáciách je táto závislosť analyticky veľmi komplikovaná a jej vyjadrenie pomocou simulinku je zbytočne komplikované.

5.2.1.2. Väzba Planar

Väzba Planar definuje obecný rovinný pohyb. Základný model je možné zostaviť nasledovne :

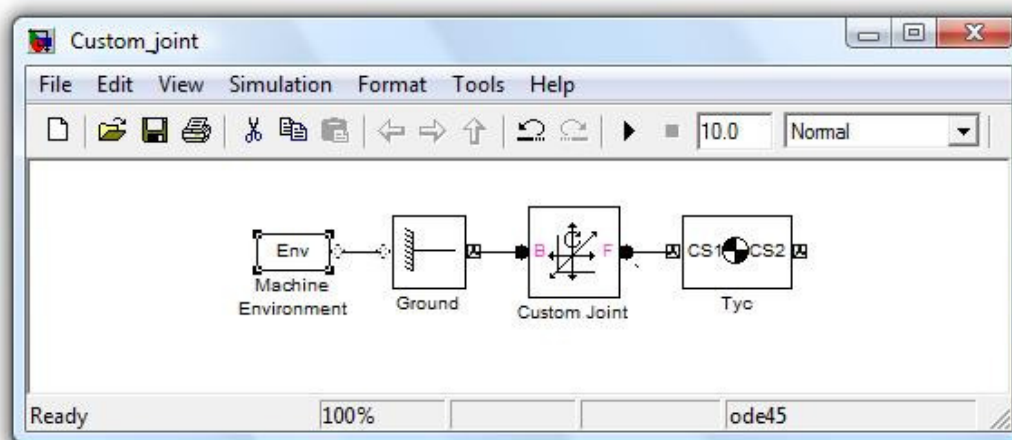


Obr. 20 : Model s väzbou planar

Tento model má na rozdiel od predchádzajúceho riešenia priamu väzbu medzi posuvom a rotáciou. Jeho nevýhodou je však, že dovoľuje pohyb v osi y. Existuje viacero možností ako zabrániť tomuto pohybu, pričom tou najjednoduchšou je zavedenie bloku joint actuator (aktuátor väzby). Blok je potrebné nastaviť ako aktuátor pohybu (druhou možnosťou je aktuátor silového pôsobenia) a priviesť signál so zložkami polohy, rýchlosti a zrýchlenia, v našom prípade všetky nulové.

5.2.1.3. Väzba Custom joint

Custom joint (používateľská väzba) je špeciálny typ väzby, ktorý dovoľuje vlastné nastavenie počtu osí posuvu a rotácie. Základný model je možné zostaviť nasledovne :



Obr. 21 : Model s väzbou custom joint

Tento blok je univerzálny a model s jeho použitím nemá žiadnu nevýhodu v porovnaní s predchádzajúcimi prípadmi. Pri jeho nastavovaní je potrebné správne určiť poradie jednotlivých väzieb. Napr. pri jednej rotačnej a jednej posuvnej väzbe môže vo výsledku vzniknúť buď šmýkadlo na rotačnej páke alebo naopak, rotačná páka na šmýkadle.

5.2.2. Problém so stykom telies

I napriek tomu, že program pracuje s fyzickým modelom, nedokáže spracovať ani vyhodnotiť styk telies. Pre tieto situácie je potrebné upraviť model a jeho správanie tak, aby korešpondoval s realitou alebo v krajnom prípade použiť iný program.

V riešení príkladu o padajúcej tyči nastáva spomínaný problém vo chvíli, keď tyč dopadne na podložku ($\varphi = 90^\circ$). Túto situáciu je možné ošetriť viacerými spôsobmi. Jednou z možností je využitie rázu telies (implementácia pružiny a tlmiča do okrajovej polohy). Táto aplikácia však zbytočne komplikuje model a zvyšuje čas potrebný k simulácii. V našom prípade je úprava veľmi jednoduchá. Samotný model simuluje kyvadlo s možnosťou posuvu v osi x. Pre analýzu pohybu sú teda potrebné len dáta, pre ktoré sa natočenie nachádza v intervale $\varphi \in (0, 90)^\circ$. Tieto je možné získať manuálne alebo pomocou jednoduchých skriptov. Samotný problém styku tyče s podložkou je teda vyriešený separáciou dát.

5.2.3. Problém s počiatočnou podmienkou

Model sa v počiatočnom stave nachádza v rovnovážnej polohe ($\varphi = 0$). Po spustení simulácie preto nedochádza k žiadnemu pohybu. Pre inicializáciu pohybu je potrebné tyč vychýliť z tejto polohy. Toto je možné docieľiť viacerými spôsobmi ako definovaním telesa limitne blízko k rovnovážnej polohe alebo pôsobením sily a momentu vo veľmi krátkom počiatočnom čase. Všetky tieto metódy však požadujú úpravu modelu a jeho parametrov, ktoré nemusia byť jednoduché. Najjednoduchšia metóda je pridanie bloku Joint initial condition (počiatočné podmienky), ktorým je možné upraviť počiatočné podmienky vo väzbe. Táto úprava je vykonaná po spustení simulácie pred začatím samotných výpočtov programu. Pre malú počiatočnú výchylku (do 0.01°) je doba, pokiaľ tyč dosiahne podložky relatívne veľká. Pre väčšie výchylky sa skraca celková doba simulácie na úkor jej presnosti. Výchylka totižto spôsobí natočenie v rotačnej väzbe, ktoré neovplyvňuje väzbu posuvnú.

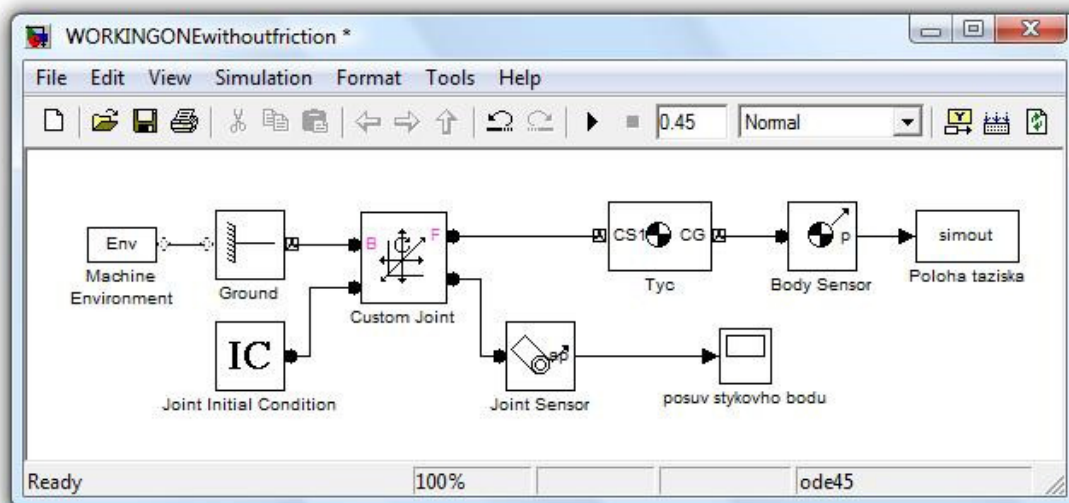
5.2.4. Rozbor úlohy v prostredí Simmechanics

Podľa predchádzajúcej kapitoly môžeme rozdeliť úlohu padajúcej tyče na viaceré varianty :

- $f = 0$
- $f = (0, f_{krit})$
- $f > f_{krit}$

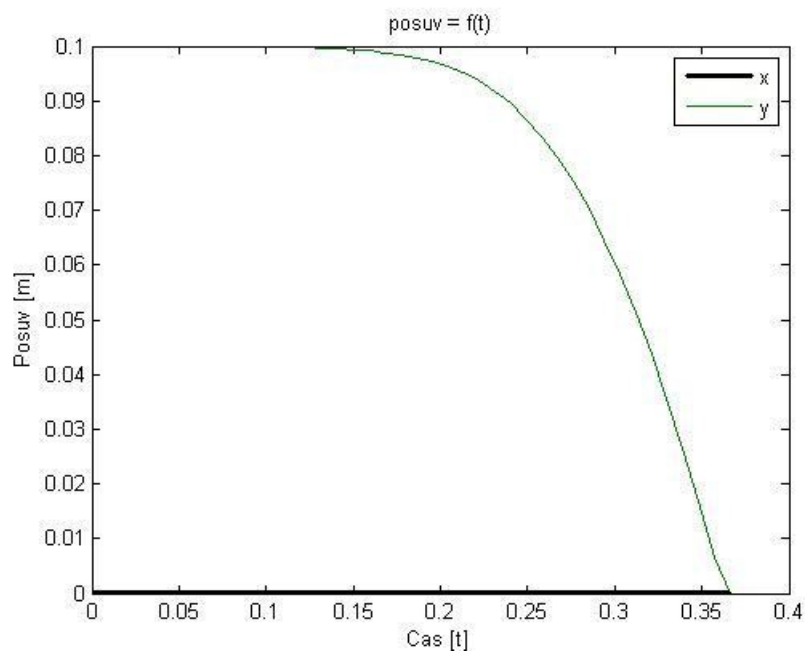
5.2.4.1. Situácia $f = 0$

V tomto prípade nepôsobí žiadne trenie. Model je totožný s modelom na obr. (). Pre vyhodnotenie pohybu je potrebné pridať niektoré ďalšie bloky ako joint a body sensor (snímanie potrebných veličín), Scope (priame vykreslenie závislostí) a To workspace (prenos do prostredia Matlabu)

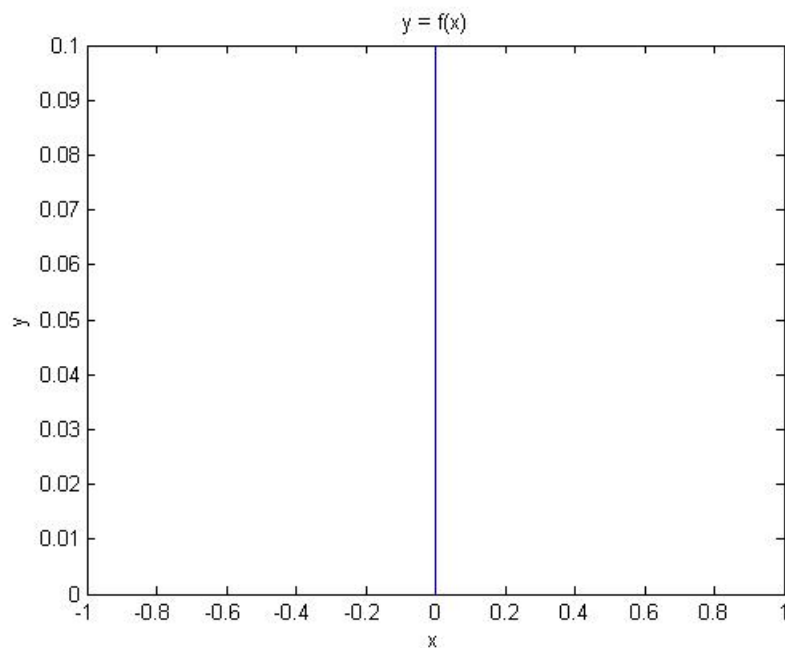


Obr. 22 :Model padajúcej tyče bez trenia

Zo získaných dát je možné vykresliť nasledujúce závislosti :



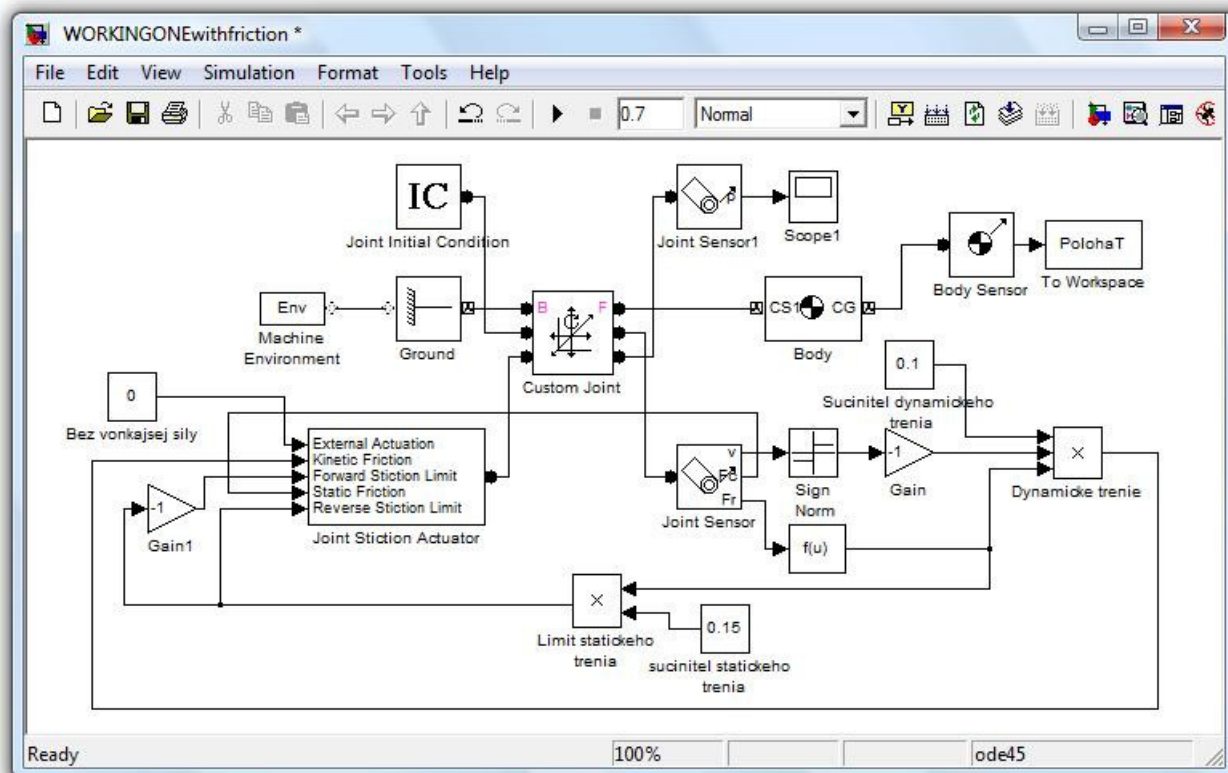
Obr. 23 : Závislosť posuvu ťažiska na čase



Obr. 24 : Grafické zobrazenie trajektórie pádu ťažiska

5.2.4.2. Situácia f v intervale $(0, f_{krit})$

Modelovanie trenia pre počítačové programy nie je tak jednoduché ako pre analytické riešenia. Vo väčšine prípadov je potrebné použiť zložitejšie modely trenia, ktoré lepšie charakterizujú výsledné správanie. Takýto model poskytuje blok Joint stiction actuator. Jeho základný princíp je možné popísať nasledovne : Blok sleduje v reálnom čase veľkosť prenášanej sily vo väzbe (port Static friction). Túto hodnotu následne porovnáva s intervalom definujúcim medze statického šmykového trenia (porty Forward a reverse stiction limits). Pokiaľ sa prenášaná sila vo väzbe nachádza vo vnútri intervalu, blok vyhodnotí trenie ako statické a nastaví sa do polohy Locked (zamknutý). V tejto polohe je väzba zamknutá, teda stráca svoj charakteristický stupeň voľnosti. V opačnom prípade blok vyhodnotí trenie ako dynamické a nastaví sa do polohy Unlocked (odomknutý). Tento stav umožňuje väzbe pohyb a aplikuje kinetické šmykové trenie. Zmena z módu Locked do Unlocked nie je automatická ale prechádza cez medzistupeň Wait mode. Tento zaisťuje, že sa sústava nedostane do nekonečnej slučky za cenu zvýšenia simulačného času.



Obr. 25 : Model padajúcej tyče s trením

Blok joint stiction actuator ma 5 vstupov.

- External actuation – vonkajšie silové pôsobenie (nezávislé na trení)

V prípade padajúcej tyče nepôsobia žiadne vonkajšie sily, preto je privedený na vstup nulový signál

- Kinetic friction – dynamické trenie

Veľkosť dynamickej trecej sily je možné v tejto úlohe určiť ako :

$$F_T = -N * f * \text{sing}(v) \quad (5.2a)$$

Táto sila vždy pôsobí proti smeru pohybu, čo je zaistené členom $\text{sign}(v)$.

- Forward and reverse stiction limit – medze pôsobenia statického trenia

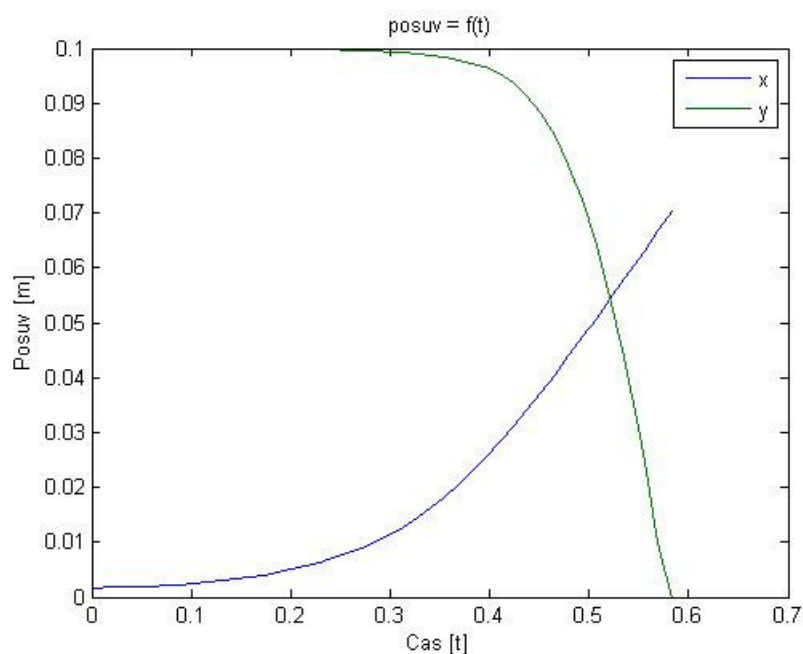
Tieto hodnoty je možné určiť ako :

$$F_T = \pm N * f_0 \quad (5.2b)$$

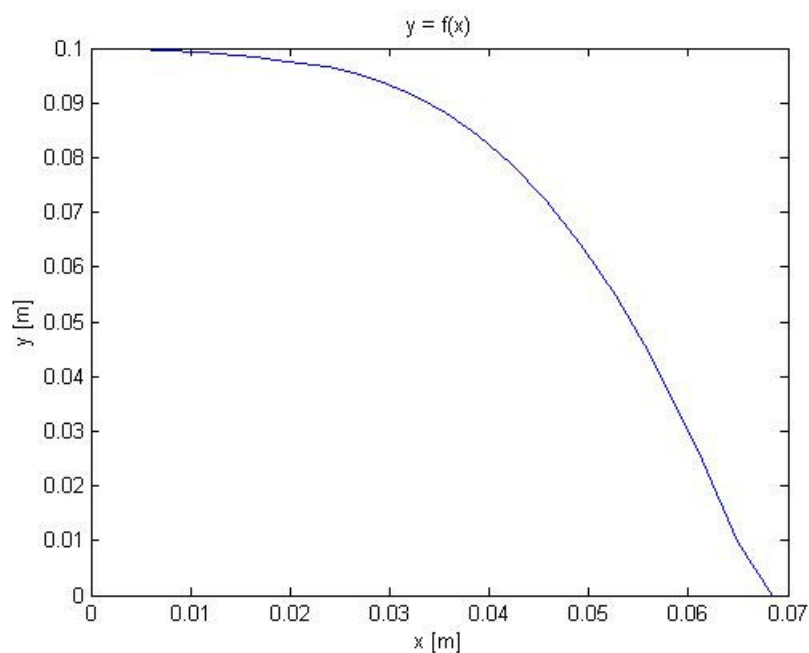
- Static friction – statické trenie

Táto sila je rovná sile pôsobiacej vo väzbe. Jej veľkosť je získavaná priamo z joint sensora.

Zo získaných dát je možné vykresliť nasledujúce závislosti :



Obr. 26 : Závislosť posuvu ťažiska na čase



Obr. 27 : Grafické zobrazenie trajektórie ťažiska

Kontrola správnosti modelu

Pre kontrolu je možné simulovať obe okrajové možnosti keď $f = 0$ a $f > f_{krit}$

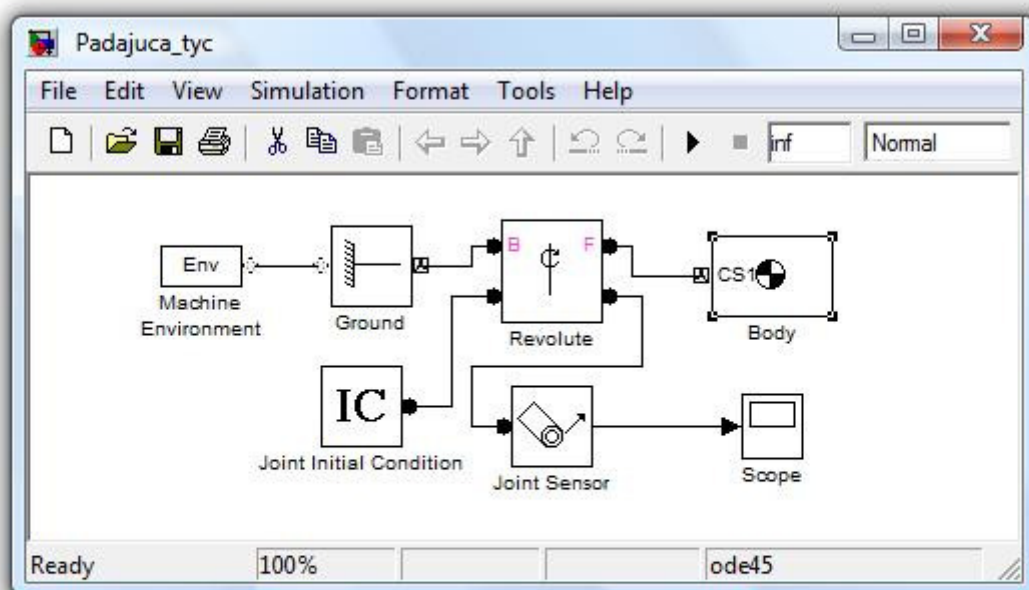
Pre simuláciu $f = 0$ nastavíme oba súčinitele šmykového trenia na nulu.

Prípad keď $f > f_{krit}$ je možné otestovať na ľubovoľnej hodnote súčiniteľov, pri ktorých nenastane posuv v smere osi x .

Grafické závislosti sú totožné s riešením pre okrajové možnosti. Tento fakt potvrdzuje správnosť modelu.

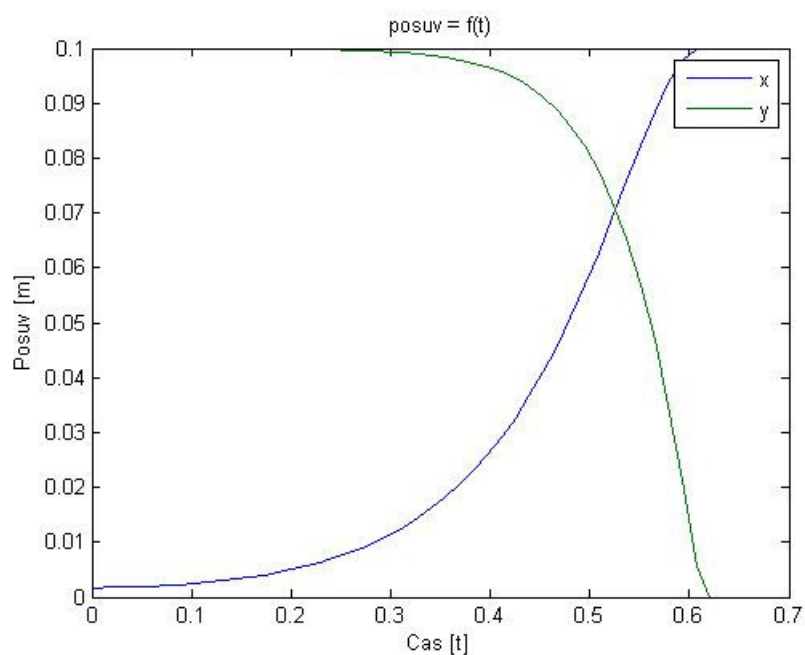
5.2.4.3. Situácia $f > f_{krit}$

Túto situáciu je možné modelovať rovnako ako pri analytickom riešení. Custom joint je možné nahradiť väzbou rotačnou, teda revolúte. Výsledný model je totožný s modelom fyzikálneho kyvadla z predchádzajúcej kapitoly. Jediným rozdielom je rôzne počiatkové natočenie. V prípade kyvadla je teleso uložené v smere osi x , v prípade padajúcej tyče v smere osi y .

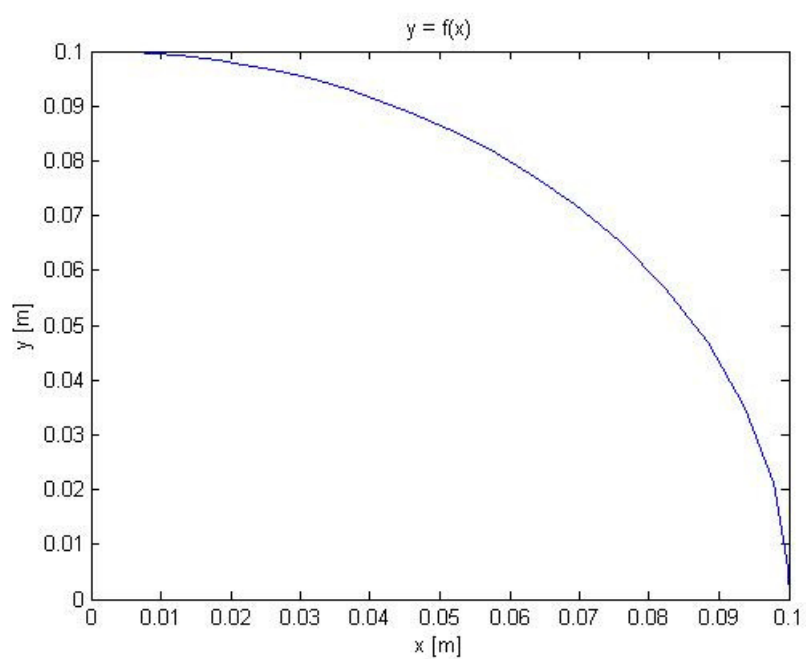


Obr. 28 : Model padajúcej tyče bez možnosti translácie

Zo získaných dát je možné vykresliť nasledujúce grafické závislosti :



Obr. 29 : Závislosť posuvu ťažiska na čase



Obr. 30 : Grafické zobrazenie trajektórie ťažiska

6. ZÁVER

Prostredie Simmechanics pristupuje k riešeniu problémov rozdielnym spôsobom ako väčšina dostupných softvérov. To bol hlavný dôvod prečo som si tento program zvolil pre vypracovanie tejto práce. V dobe písania tejto práce neexistoval slovenský alebo český preklad nápovedy programu Matlab a väčšina zdrojov, ktoré by pomohli lepšie pochopiť toto prostredie je napísaných v anglickom jazyku. Z tohto dôvodu je prvá časť práce venovaná práve základným prvkom a ich popisu. Základné použitie je potom odprezentované na úlohe z nápovedy programu. Pochopenie tohto príkladu nebolo na začiatku najjednoduchšie. Pri jeho popise je použitých mnoho skratiek a nových výrazov, ktoré sa často krát nedajú ani doslovne preložiť.

Posledná kapitola prezentuje vlastnú prácu. Analytické riešenie padajúcej tyče je veľmi komplikovaný problém a jeho celkové riešenie bez použitia počítačov je prakticky nemožné. Neplatí však, že riešenie pomocou počítačových softvérov je jednoduchšie. Pri analýze úlohy v prostredí Simmechanics sa vyskytlo mnoho problémov, ktoré sú popísané na začiatku kapitoly. Tieto analytik nemusí vôbec riešiť. Počas celého vypracovania modelov a ich simulácie sa mnoho krát vyskytli i ďalšie nevysvetliteľné problémy v programe. Pokiaľ i program pracoval správne často krát sa stalo, že počas simulácie popieral zákony fyziky.

Výsledky získané zo simulácii padajúcej tyče s rôznym súčiniteľom šmykového trenia korešpondujú s predpokladmi z analytického riešenia. Na rozdiel od analytického riešenia je možné v prostredí Simmechanics sledovať simuláciu a vo veľmi krátkom čase vytvoriť rôzne grafické závislosti. Tieto možnosti prispievajú k môjmu celkovému kladnému hodnoteniu programu, ktoré som za celý čas práce s ním nadobudol.

Osobne verím, že toto nebola posledná úloha, ktorú som riešil v tomto prostredí. Veľmi ma láka možnosť spojenia modelu vytvoreného v prostredí Simmechanics s ďalšími toolboxami simulinku pre vytvorenie zložitejších simulácií hlavne s prvkami regulácie.

7. ZOZNAM POUŽITÝCH ZDROJOV

- [1] Mathematica – Wikipedia [online]. [cit. 2010-02-23]. Dostupné z www:
<<http://en.wikipedia.org/wiki/Mathematica>>
- [2] Maple (software) – Wikipedia [online]. [cit. 2010-02-23]. Dostupné z www:
<http://en.wikipedia.org/wiki/Maple_%28software%29>
- [3] Scilab – Wikipedia [online]. [cit. 2010-02-23]. Dostupné z www:
<<http://en.wikipedia.org/wiki/Scilab>>
- [4] Octave [online]. [cit. 2010-02-23]. Dostupné z www:
<<http://www.gnu.org/software/octave/>>
- [5] Octave – Wikipédia [online]. [cit. 2010-02-23]. Dostupné z www:
<http://en.wikipedia.org/wiki/GNU_Octave>
- [6] Sage – Wikipédia [online]. [cit. 2010-02-23]. Dostupné z www:
<http://en.wikipedia.org/wiki/Sage_%28mathematics_software%29>
- [7] Matlab – Wikipédia [online]. [cit. 2010-02-23]. Dostupné z www:
<<http://en.wikipedia.org/wiki/Matlab>>
- [8] Simulink – Wikipédia [online]. [cit. 2010-02-23]. Dostupné z www:
<<http://en.wikipedia.org/wiki/Simulink>>
- [9] SimScape [online]. [cit. 2010-02-23]. Dostupné z www:
<<http://www.mathworks.com/products/simscape/>>
- [10] Simmechanics [online]. [cit. 2010-02-23]. Dostupné z www:
<<http://www.mathworks.com/products/simmechanics/>>
- [11] Matematické kyvadlo – Wikipédia [online]. [cit. 2010-02-23]. Dostupné z www:
<http://cs.wikipedia.org/wiki/Matematick%C3%A9_kyvadlo>
- [12] Torzné kyvadlo – Wikipédia [online]. [cit. 2010-02-23]. Dostupné z www:
<http://cs.wikipedia.org/wiki/Torzn%C3%AD_kyvadlo>

8. ZOZNAM OBRÁZKOV

Obr. 1 : Logo Matlabu	12
Obr. 2 : Knižnica Bodies	14
Obr. 3 : Nastavenie bloku Machine environment.....	15
Obr. 4 : Nastavenie bloku Ground.....	16
Obr. 5 : Nastavenie bloku Body	17
Obr. 6 : Knižnica Joints	18
Obr. 7 : Knižnica Disassembled joints	19
Obr. 8 : Knižnica Massless connectors.....	20
Obr. 9 : Knižnica Constraints and drivers	21
Obr. 10 : Knižnica Actuators and sensors	21
Obr. 11 :Knižnica Force elements	22
Obr. 12 : Náčrt fyzikálneho kyvadla	24
Obr. 13: Numerické riešenie fyzikálneho kyvadla v programe Maple.....	25
Obr. 14 : Numerické riešenie fyzikálneho kyvadla v programe Matlab Simmechanics	25
Obr. 15 : Model fyzikálneho kyvadla v prostredí Simmechanics	26
Obr. 16 : Model fyzikálneho kyvadla v prostredí Simmechanics s možnosťou grafického zobrazenia výsledkov	27
Obr. 17 : Vizualizácia fyzikálneho kyvadla v prostredí Simmechanics.....	28
Obr. 18 : Náčrt padajúcej tyče	29
Obr. 19 : Kombinácia väzieb prismatic a revolute	34
Obr. 20 : Model s väzbou planar	34
Obr. 21 : Model s väzbou custom joint	35
Obr. 22 :Model padajúcej tyče bez trenia.....	36
Obr. 23 : Závislosť posuvu ťažiska na čase.....	37
Obr. 24 : Grafické zobrazenie trajektórie pádu ťažiska.....	37

Obr. 25 : Model padajúcej tyče s trením	38
Obr. 26 : Závislosť posuvu ťažiska na čase.....	39
Obr. 27 : Grafické zobrazenie trajektórie ťažiska	40
Obr. 28 : Model padajúcej tyče bez možnosti translácie.....	41
Obr. 29 : Závislosť posuvu ťažiska na čase.....	41
Obr. 30 : Grafické zobrazenie trajektórie ťažiska	42

9. ZOZNAM TABULIEK

Tab. 1 : Rozdelenie väzieb	19
----------------------------------	----

10. ZOZNAM POUŽITÝCH SKRATIEK A SYMBOLOV

φ [rad]	Uhlové natočenie
$\dot{\varphi}, \omega$ [rad.s ⁻¹]	Uhlová rýchlosť
$\ddot{\varphi}, \alpha$ [rad.s ⁻²]	Uhlové zrýchlenie
s [m]	Dráha
v [m.s ⁻¹]	Rýchlosť
a [m.s ⁻²]	Zrýchlenie
t [s]	Čas
F [N]	Sila
N [N]	Normálová sila
F _T	Trecia sila
f	Súčiniteľ dynamického šmykového trenia
f ₀	Súčiniteľ statického šmykového trenia
m [kg]	hmotnosť
I [kg.m ²]	Moment zotrvačnosti
x _t , y _t	poloha ťažiska

11. ZOZNAM PRÍLOH

Prílohy sú priložené na priloženom DVD a obsahujú nasledujúce súbory :

Bakalárska práca.pdf (Vlastný súbor vypracovanej bakalárskej práce)

Fyzikalne_kyvadlo.mdl (Model fyzikálneho kyvadla, úlohy z nápovedy programu)

Padajuca_tyc_trenie.mdl (Model padajúcej tyče s aplikovaným trením)

Padajuca_tyc_bez_trenia.mdl (Model padajúcej tyče bez trenia)

Padajuca_tyc_rotacna_vazba.mdl (Model padajúcej tyče s rotačnou väzbou)